

問題 1 , 2 の解答は解答用マークシートにマークせよ。

1 次の文章中の ア から テ に当てはまる数字 0 ~ 9 を求めて、解答用マークシートの指定された欄にマークせよ。ただし、分数は既約分数として表すものとし、□ は 1 桁の数、□□ は 2 桁の数を表すものとする。(30 点)

(1) 方程式 $(x + 2)(x + 3)(x - 4)(x - 5) = 44$ を解くと、

$$\text{解 } x = \text{ア} \pm \sqrt{\text{イ}}, \text{ウ} \pm \text{エ} \sqrt{\text{オ}}$$

が得られる。

(2) 範囲 $0 \leq x \leq \pi$ では方程式 $\sin x + \sin 2x + \sin 3x + \sin 4x = 0$ の解は小

さい順に $0, \frac{\text{カ}}{\text{キ}}\pi, \frac{1}{2}\pi, \frac{\text{ク}}{\text{ケ}}\pi, \pi$ の 5 個である。

(3) xy 平面の点 $A(0, -4)$ に置かれた光源から放射された光線が、曲線 $y = \frac{1}{4}x^2$ の $2 \leq x \leq 4$ をみたす部分だけをまんべんなく照らして反射する。

(a) 曲線 $y = \frac{1}{4}x^2$ 上の点 $(4, 4)$ における接線の方程式は、

$$Y = \text{コ} X - \text{サ}$$

である。

(b) 光源 A から出て、曲線上の点 $(2, 1)$ で反射した光線の方程式は、

$$Y = \frac{\text{シ}}{\text{ス}} X + \frac{\text{セ}}{\text{ソ}}$$

である。

(c) 反射前の光線と反射後の光線の両方が通過する領域 D の面積は、

$$\frac{\text{タチ}}{\text{ツテ}}$$

である。

2 次の文章中の **ア** から **ウ** に当てはまる数を解答群より選び、その番号を解答用マークシートの指定された欄にマークせよ。ただし、同じ番号を2回以上使うこともできる。

直線 $y = x$ が曲線 $y = a^x$ の接線となるとき、 $a =$ **ア** で、接点の座標は
(**イ** , **ウ**)

である。

(20点)

解答群

- | | | | | | | | | | |
|---|-------|---|-------------------|---|----------|---|---------------|----|----------------------|
| 1 | 0 | 2 | 1 | 3 | e | 4 | $\frac{1}{e}$ | 5 | e^2 |
| 6 | e^e | 7 | $e^{\frac{1}{e}}$ | 8 | $\log 2$ | 9 | $e \log 2$ | 10 | $\frac{1}{e} \log 2$ |

問題 **3** , **4** の解答は解答用紙に記入せよ。

3 $a_1 = a_2 = 1$, $a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$ ($n \geq 1$) なる数列 a_1, a_2, a_3, \dots を考える。次の設問に答えよ。

(1) $(a_{n+1} \ a_n) \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = (a_{n+2} \ a_{n+1})$ ($n \geq 1$) を示せ。

(2) $\alpha = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ と $\beta = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$ は方程式 $x^2 + ax + b = 0$ の解であるとする。係数 a, b を求めよ。

(3) (2) で定めた α, β につき、関係式 $P \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & \beta \end{pmatrix}$ をみたす 2×2 行列 P を求めよ。

(4) (2) で定めた α, β につき、等式

$$(a_{n+1} \ a_n) \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = (\alpha^{n+1} \ \beta^{n+1}) \quad (n \geq 1)$$

を、数学的帰納法により示せ。

(30 点)

4

次の設問に答えよ。ただし、 a は正の定数とする。

(1) 関数 $f(\theta) = \frac{\sin \theta \cos \theta}{\cos \theta + a^3 \sin \theta}$ の導関数を求めよ。

(2) 範囲 $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ の全ての θ で不等式

$$k(\cos \theta + a^3 \sin \theta) \geq \sin \theta \cos \theta$$

が成り立つという。そのような数 k の最小値を求めよ。

(20 点)