

次の から までの文章の 内のカタカナに当てはまる 0～9 までの数字をもとめ、その数を解答用マークシートにマークしなさい。ただし、分数は既約分数として表すものとする。また、空欄は整数の桁に応じて 4 種類あり、 は 1 桁の数、 は 2 桁の数、 は 3 桁の数、 . は整数部分が 1 桁の小数点以下第 3 位までの数を表すものとする。

$a(\theta) = \sin \theta + \cos \theta - \frac{5}{12} \sin \theta \cos \theta$

$$b(\theta) = 1 + 2 \sin \theta \cos \theta - \frac{5}{6} \sin^2 \theta \cos \theta - \frac{5}{6} \sin \theta \cos^2 \theta$$

とおくと、すべての角 θ に対し

$$(a(\theta))^2 - b(\theta) = \frac{\text{アイ}}{\text{ウエオ}} (\sin \theta)^{\text{カ}} (\cos \theta)^{\text{キ}}$$

が成り立つ。次に

$$\alpha(\theta) = a(\theta) + \sqrt{(a(\theta))^2 - b(\theta)}$$

$$\beta(\theta) = a(\theta) - \sqrt{(a(\theta))^2 - b(\theta)}$$

とおく。 θ が $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ の範囲を動くとき、 $\alpha(\theta)$ がとる値の範囲は

$$\text{ク} \leq \alpha(\theta) \leq \sqrt{\text{ケ}}$$

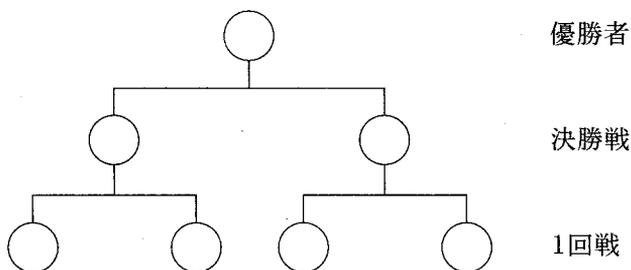
である。また、 θ が $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ の範囲を動くとき、 $\beta(\theta)$ がとる値の範囲は

$$\sqrt{\text{コ}} - \frac{\text{サ}}{\text{シス}} \leq \beta(\theta) \leq \frac{\text{セソ}}{\text{タチ}}$$

である。

(25 点)

- 2 実力のまったく同じ女性2人と、実力のまったく同じ男性2人の計4人でテニスのトーナメント戦(勝ち抜き戦)を行うことになった。1回戦は公平にくじを引いて決めることとし、対戦で引き分けはないものとする。また、女性と男性との対戦ではどの対戦でも確率 x で女性が勝つものとし、女性が優勝する確率を $f(x)$ とする。



1回戦で女性と女性に対戦する確率は $\frac{\text{ア}}{\text{イ}}$ である。

これに留意して、

$$f(x) = -\frac{\text{ウ}}{\text{エ}}x^3 + \text{オ}x^2 + \frac{\text{カ}}{\text{キ}}x$$

を得る。そして、 $0 \leq x \leq 1$ において $f(x) - x$ が最大値をとるのは

$$x = \frac{\text{ク} + \sqrt{\text{ケ}}}{\text{コ}}$$

のときである。

(25 点)

3 点 (x, y) が, 不等式

$$(x - 3)^2 + (y - 2)^2 \leq 1$$

の表す領域上の点を動くとする。このとき,

(1) $2x - 1$ の最大値は である。

(2) $x^2 + y^2$ の最大値は $+ 2\sqrt{\input{type="text" value="エ"}\input{type="text" value="オ"}}$ である。

(3) $\frac{y}{x}$ の最大値は $\frac{\input{type="text" value="カ"} + \sqrt{\input{type="text" value="キ"}}}{4}$ である。

(4) $10x + 10y$ の最大の整数値は である。

(25 点)

4 あるゲームをAとBで対戦するとき、Aが勝つ確率は $\frac{2}{3}$ 、Bが勝つ確率は $\frac{1}{3}$ とする。いま、このゲームを50回行うものとする。50回中、Bがちょうど1回だけ勝つ確率を p とし、 $\log_{10} p$ を小数第4位で四捨五入すると

—

ア

 .

イ	ウ	エ
---	---	---

を得る。よって p は、小数第

オ

 位にはじめて0でない数が現れる。ただし、

$$\log_{10} 2 = 0.3010, \log_{10} 3 = 0.4771$$

とする。

次に50回中、AがBより先に2回続けて勝つ確率を a 、BがAより先に2回続けて勝つ確率を b とすると、

$$a = \frac{4}{9} + \frac{\begin{array}{|c|c|} \hline \text{カ} & \text{キ} \\ \hline \text{ク} & \text{ケ} \\ \hline \end{array}}{c}$$

$$b = \frac{1}{9} + \frac{\begin{array}{|c|} \hline \text{コ} \\ \hline \text{サ} & \text{シ} \\ \hline \end{array}}{c}$$

となる。ただし、

$$c = 1 + \frac{2}{9} + \left(\frac{2}{9}\right)^2 + \left(\frac{2}{9}\right)^3 + \cdots + \left(\frac{2}{9}\right)^{23}$$

とする。

なお言葉の説明であるが、たとえば1回目Aの勝ち、2回目Bの勝ち、3回目Aの勝ち、4回目Aの勝ち、 \cdots ならば、AがBより先に2回続けて勝つことになる。また、1回目Aの勝ち、2回目Bの勝ち、3回目Aの勝ち、4回目Bの勝ち、5回目Aの勝ち、6回目Bの勝ち、7回目Bの勝ち、 \cdots ならば、BがAより先に2回続けて勝つことになる。

(25点)