

1 次の(1), (2), (3)においては, 内の1つのカタカナに0から9までの数字が1つあてはまる。その数字を解答用マークシートにマークしなさい。与えられた枠数より少ない桁の数があてはまる場合は, 上位の桁を0として, 右に詰めた数値としなさい。分数は既約分数とし, 値が整数の場合は分母を1としなさい。

(50点)

(1) 自然数 k に対して, x の2次関数 $y = k(k+2)x^2 - 2(k+1)x + 1$ のグラフが x 軸から切り取る線分の長さを a_k とする。数列 $\{a_k\}$ の初項から第 n

項までの和を $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ とすると, $S_{17} = \frac{\begin{array}{|c|c|c|} \hline \text{ア} & \text{イ} & \text{ウ} \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|c|c|} \hline \text{エ} & \text{オ} & \text{カ} \\ \hline \end{array}}$ であり,

$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{\begin{array}{|c|} \hline \text{キ} \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|} \hline \text{ク} \\ \hline \end{array}}$ である。

(2) 千円札を5枚、二千円札を5枚、五千円札を5枚、一万円札を2枚、合計6万円をもっている人が、おつりの出ない買い物をした。

(a) 買い物の金額がちょうど1万円するとき、紙幣の組み合わせ方は全部で

ア	イ
---	---

 通りある。

(b) 買い物の金額がちょうど2万円するとき、支払った紙幣の枚数が8枚以下である組み合わせ方は全部で

ウ	エ
---	---

 通りある。

(c) 買い物をした後で、手元に残った紙幣の枚数が10枚、その合計金額が1万6千円以上であったとき、支払った金額の最小値は

オ

 万

カ

 千円で、最大値は

キ

 万

ク

 千円である。

(3) 点 (x, y) を $(x - 3)^2 + (y - 2)^2 \leq 1$ の範囲で動かすとき、 $\frac{y}{x}$ の最大値は

$\frac{\boxed{\text{ア}} + \sqrt{\boxed{\text{イ}}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ であり、最小値は $\frac{\boxed{\text{エ}} - \sqrt{\boxed{\text{オ}}}}{\boxed{\text{カ}}}$ である。また、 $\frac{x}{y} + \frac{y}{x}$ の

最大値は $\frac{\boxed{\text{キ}}\boxed{\text{ク}} + \boxed{\text{ケ}}\sqrt{\boxed{\text{コ}}}}{\boxed{\text{サ}}\boxed{\text{シ}}}$ であり、最小値は $\boxed{\text{ス}}$ である。

問題 2 , 3 の解答を解答用紙に記入しなさい。

2

(25 点)

(1) 次の関数を x について微分しなさい。

(a) $y = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3$

(b) $y = 3^{\log x}$

(2) 定積分 $\int_0^{\frac{\pi}{12}} \cos x \cos(2x) \cos(3x) dx$ を求めなさい。

(3)
$$\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$$

のとき, a, b, c, d を求めなさい。

3 原点を O とする複素数平面上に点 A, B をとり、それらを表す複素数をそれぞれ $z_A = 1 + \sqrt{3}i, z_B = -2 + 2\sqrt{3}i$ とする。ただし、 $i = \sqrt{-1}$ である。
(25 点)

- (1) $\left(\frac{z_B}{z_A}\right)^5$ を求めなさい。
- (2) 点 P が 3 点 O, A, B を通る円上にあるとき、点 P を表す複素数 z が満たす方程式を求めなさい。
- (3) 2 点 O, A を通る直線に関して、(2)で求めた円と対称な円を考える。点 Q がこの円上にあるとき、点 Q を表す複素数 w が満たす方程式を求めなさい。