

問題 1 の解答は解答用マークシートにマークしなさい。

1 次の文章中の ア から ハ までに当てはまる数字 0～9 を求めて、解答用マークシートの指定された欄にマークしなさい。ただし、分数は既約分数として表しなさい。 (40 点)

(1) a と k を定数とする連立方程式

$$\begin{cases} 9x - 2y = kx \\ ax + 4y = ky \end{cases}$$

が、 $x = y$ (ただし x, y は 0 でない) であるような解をもつのは、 $k = \text{ア}$ 、 $a = \text{イ}$ のときである。 $a = \text{イ}$ とするとき、 $x \neq y$ であるような解をもつのは、 $k = \text{ウ}$ のときである。このとき、 $x + y = 1$ を満たす解は

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{\text{エ}} \begin{pmatrix} \text{オ} \\ \text{カ} \end{pmatrix}$$

である。

(2) $\left(\frac{x^4}{20} - \frac{c}{x^3}\right)^4$ の展開式における x^2 の係数が 6 となるとき、正の定数 c の値は キク である。このとき、 x^9 の係数は $-\frac{1}{\text{ケ} \text{コ} \text{サ}}$ である。

(3) $a = \sum_{r=0}^{60} {}_{60}C_r$, $b = \sum_{r=0}^{60} r \times {}_{60}C_r$, とする。ここに, ${}_n C_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$ である。 a の値は 2 の

シ	ス
---	---

 乗である。また, $r \times {}_{60}C_r =$

セ	ソ
---	---

 $\times {}_{59}C_{r-1}$ (ただし $r = 1, 2, \dots, 60$) が成り立ち, b の値は a の値の

タ	チ
---	---

 倍である。さらに, $k = \sum_{r=0}^{60} \frac{1}{r+1} \times {}_{60}C_r$ とすると,

$$k = \frac{1}{\text{ツテ}} \left(\text{ト} a - \text{ナ} \right) \text{ である。}$$

(4) ある定数 a, b, c に対して

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4a \cos^2 x + 4(1-6a) \cos x - 16a + b}{\sin^4 x} = c$$

が成り立つ。このとき, $a = \frac{\text{ニ}}{\text{又}}$, $b = \text{ネ}$, $c = \frac{\text{ノ}}{\text{ハ}}$ である。

問題 2 , 3 の解答は解答用紙に記入しなさい。

2 $a > 1$ である定数 a に対して, xy 平面の点 (x, y) が媒介変数 θ により

$$\begin{cases} x = 2 \cos \theta + \sin \theta \\ y = \cos \theta + a \sin \theta \end{cases}$$

と表されている。 θ が $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ の範囲を動くとき, 点 (x, y) の描く曲線を C とする。

(1) x のとりうる値の範囲を求めよ。

(2) y のとりうる値の範囲を求めよ。

また, 定数 k に対して, $x + y = k$ で表される直線を l とする。

(3) 曲線 C と直線 l が共有点をもつような k の範囲を求めよ。

(4) $a = 5$ のとき, 曲線 C と直線 l が共有点を 2 つもつような k の範囲を求めよ。

(30 点)

3 0 と異なる複素数 $z = x + yi$ (x, y は実数で i は虚数単位) に対して複素数 w を

$$w = \frac{1}{z}$$

とおく。

(1) $w = u + vi$ (u, v は実数) とおくとき, x と y をそれぞれ u と v を用いて表せ。

(2) $z = x + yi$ が $2x - 2y = 1$ の関係を満たしながら動くとき, 複素数 w 全体と原点 O からなる図形を C とする。 C はどのような図形か。

(3) 複素数 α に対して複素数 β を

$$\beta = \frac{2\alpha - (1 + 2i)}{\alpha - (2 + i)} \quad (\text{ただし } \alpha \neq 2 + i)$$

とする。 α を β を用いて表せ。

(4) 複素数平面上の点 α が図形 C 上を動くとき, 点 β はどのような図形を描くか。

(30 点)