問題 $\boxed{1}$ の解答は解答用マークシートにマークしなさい。

$\boxed{1}$ 次の文章中の $\boxed{ア}$ から $\boxed{ワ}$ までに当てはまる数字 0 ～ 9 を求めて，**解答用マークシート**の指定された欄にマークしなさい。ただし，分数は既約分数として表しなさい。 (40 点)

(1) 放物線 $y = x^2 - 2x + 3$ を，x 軸方向へ 3，y 軸方向へ -3 だけ平行移動した放物線の方程式は $y = x^2 - \boxed{ア}\,x + \boxed{イ\,ウ}$ となる。この 2 つの放物線に共通の接線を考えると，接点の座標は $\left(\dfrac{\boxed{エ}}{\boxed{オ}},\ \dfrac{\boxed{カ}}{\boxed{キ}}\right)$ と $\left(\dfrac{\boxed{ク}}{\boxed{ケ}},\ -\dfrac{\boxed{コ}}{\boxed{サ}}\right)$ であり，接線の方程式は $y = -\boxed{シ}\,x + \dfrac{\boxed{ス\,セ}}{\boxed{ソ}}$ である。

(2) A，B，Cの３人でじゃんけんをする。負けた人は抜けて，最後に１人が残るまでじゃんけんをする。この残った１人を優勝とする。

(a) じゃんけんを１回行った時点でAが優勝する確率は $\dfrac{\boxed{タ}}{\boxed{チ}}$ であり，あいこになる確率は $\dfrac{\boxed{ツ}}{\boxed{テ}}$ であり，AとBまたはAとCの２人が勝ち残る確率は $\dfrac{\boxed{ト}}{\boxed{ナ}}$ である。

(b) じゃんけんを２回行った時点でAが優勝する確率は $\dfrac{\boxed{ニ}}{\boxed{ヌ}}$ である。

(c) じゃんけんを３回行った時点でAが優勝する確率は $\dfrac{\boxed{ネ}}{\boxed{ノ}\boxed{ハ}}$ である。

(3) 空間内のベクトル$\vec{a}=(4,4,2)$，$\vec{b}=(1,2,3)$に対して，これらを位置ベクトルとしてもつ点をそれぞれ$A(\vec{a})$，$B(\vec{b})$とする。$\vec{a}$の大きさは

$$|\vec{a}|=\boxed{ヒ}$$

で，$\vec{a}$と$\vec{b}$の内積は

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=\boxed{フ\,ヘ}$$

であり，$\vec{a}$と同じ向きの単位ベクトルを$\vec{e}$とすると，

$$\vec{e}=\frac{1}{\boxed{ホ}}(\boxed{マ},\ \boxed{ミ},\ 1)$$

である。また点Bから線分OAに下ろした垂線をBHとすると，点Hの位置ベクトル$\vec{h}$は

$$\vec{h}=(\boxed{ム},\ \boxed{メ},\ \boxed{モ})$$

となる。$\vec{f}$が$\vec{e}$に直交する単位ベクトルで，ある正の定数p，qに対して$\vec{b}=p\vec{e}+q\vec{f}$を満たすならば

$$\vec{f}=\frac{1}{\sqrt{\boxed{ヤ}}}(-\boxed{ユ},\ \boxed{ヨ},\ \boxed{ラ})$$

である。

(4)

$$\frac{6}{x(x+2)(2x+1)}=\frac{\boxed{リ}}{x}+\frac{\boxed{ル}}{x+2}-\frac{\boxed{レ}}{2x+1}$$

であり，

$$\lim_{t\to\infty}\int_1^t\frac{6}{x(x+2)(2x+1)}\,dx=\boxed{ロ}\log 3-\boxed{ワ}\log 2$$

である。ただし，対数は自然対数である。

問題 $\boxed{2}$, $\boxed{3}$ の解答は解答用紙に記入しなさい。

$\boxed{2}$ nを5以上の自然数とする。集合$X=\{1, 2, \cdots, n\}$の部分集合A, Bで，次の条件

$$\text{任意の}\, x \in X\, \text{に対して，}\, x \in A\, \text{または}\, x \notin B$$

を満たしているものを考える。ここで$x \in X$はxがXの要素であることを表し，$x \notin B$はxがBの要素でないことを表している。Aの要素の個数をaとし，Bの要素の個数をbとする。ただし空集合の要素の個数は0とする。

(1) $A=\{1, 2, 3, 4\}$であるとき，$b=2$であるようなBをすべて求めよ。

(2) $b \leqq a$であることを証明せよ。

(3) $A=\{1, 2, 3, 4, 5\}$であるときBは全部で何通りあるか。

(4) $0 \leqq k \leqq n$である整数kに対して，$a=k$となるA, Bの組は全部で何通りあるか。

(5) A, Bの組は全部で何通りあるか。

(30点)

$\boxed{3}$ 関数 $f(x)=x^4+ax^3+bx^2+cx+4$ は $x=1$，$x=2$，$x=6$ で極値をもつ。ここに a，b，c は定数である。

(1) 定数 a，b，c を求めよ。

(2) 定数 m，n に対して，$g(x)=f(x)-(mx+n)$ とおく。方程式 $g(x)=0$ が異なる 2 つの重解 $x=\alpha$ と $x=\beta\ (\alpha<\beta)$ をもつとき，m と n の値を求めよ。

(3) (2)で求めた m，n に対し，直線 $y=mx+n$ と曲線 $y=f(x)$ で囲まれた図形の面積 S を求めよ。

(30 点)