

- 1 次の(1)から(4)において、 内のカタカナにあてはまる 0 から 9 までの数字を求めて、その数を解答用マークシートにマークせよ。ただし、 は 1 桁の数、 は 2 桁の数を表す。また、分数は既約分数として表すものとする。 (40 点)

- (1) 中心間の距離が 2 であるような半径 1 の球と半径 2 の球がある。これらの球の表面の交わりは半径 $\frac{\sqrt{\text{アイ}}}{4}$ の円になり、これらの球の重なった部分の体積は $\frac{\text{ウエ}}{\text{オカ}}\pi$ となる。

次のページは計算欄として使用してください。

- (2) 空間において、1 辺の長さ 1 の正四面体 OABC がある。底面の三角形 ABC 内に点 P があり、内積についての条件 $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OA} = \frac{5}{8}$, $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OB} = \frac{3}{4}$ を満たしているとする。このとき、

$$\overrightarrow{OP} = \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}} \overrightarrow{OA} + \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}} \overrightarrow{OB} + \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}} \overrightarrow{OC}$$

となるので、線分 OP の長さは $\frac{\sqrt{\boxed{\text{ス}} \boxed{\text{セ}}}}{4}$ となる。また、2 点 A, P を通

る直線と線分 BC の交点を Q とするとき、 $\frac{BQ}{CQ} = \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$ となる。

次のページは計算欄として使用してください。

(3) 整式 $f(x), g(x)$ が

$$f(x) = a_{44}x^{44} + a_{43}x^{43} + \cdots + a_1x + a_0,$$

$$g(x) = b_{18}x^{18} + b_{17}x^{17} + \cdots + b_1x + b_0$$

で与えられているとき、それらの積 $f(x)g(x)$ は

$$f(x)g(x) = c_{62}x^{62} + c_{61}x^{61} + \cdots + c_1x + c_0$$

と表すことができる。 x^n の係数 c_n ($n = 0, 1, \dots, 62$) は、 a_ib_j の形の項の和で表される。その項数を T_n とする。 T_n が最大となるような n の値は

チ	ツ
---	---

 通りあり、 T_n の最大値は

テ	ト
---	---

 である。

次のページは計算欄として使用してください。

- (4) 半径4の円 C の周上に中心をもつ半径 r の n 個の円 $C_1, C_2, \dots, C_n$ が、この順に外接してすき間なく並んでいるとする。したがって、 C_n と C_1 も外接している。 $n = 12$ のとき、 $r = \sqrt{\boxed{ナ}} - \sqrt{\boxed{ニ}}$ である。 $C_1, C_2, \dots, C_n$ の円周の長さの和を L_n とするとき、 $\lim_{n \rightarrow \infty} L_n = \boxed{ヌ} \pi^{\boxed{ネ}}$ となる。

次のページは計算欄として使用してください。

問題 **2** の解答は、**解答用紙**に記入せよ。

2 関数 $f(x) = \frac{x}{2} + \frac{5}{2x}$ ($x > 0$) について、次の問いに答えよ。

(1) $f(x)$ のとりうる値の範囲を求めよ。

(2) (a) $a_1 = 3$, $a_{n+1} = f(a_n)$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) によって定義される数列 $\{a_n\}$ について、 $a_{n+1} - \sqrt{5} \leq \frac{1}{2}(a_n - \sqrt{5})$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) が成り立つことを示せ。

(b) 極限值 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ を求めよ。

(3) $b_1 = 1$, $b_{n+1} = \frac{1}{2} - f'(b_n)$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) によって定義される数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。ただし、 $f'(x)$ は $f(x)$ の導関数である。(30 点)

次のページは計算欄として使用してください。

問題 **3** の解答は、**解答用紙**に記入せよ。

3 2つの曲線

$$C_1: y = e^{-(x-a)^2}$$

$$C_2: y = \frac{2}{\sqrt{e}} \sin \frac{\sqrt{2}\pi x}{4}$$

について次の問いに答えよ。ただし、 e は自然対数の底、 a は定数である。

- (1) 曲線 C_1 の接線で点 $(-1, 0)$ を通るものの本数を調べよ。
- (2) 曲線 C_1 の変曲点は2つある。それらの点の x 座標を求めよ。
- (3) 曲線 C_1 の2つの変曲点における接線のうち、傾きが正のものを l とする。 l が原点を通るように定数 a の値を定め、 l の方程式を求めよ。
- (4) (3)で定めた接線 l と曲線 C_2 との交点を求めよ。
- (5) (3)で定めた接線 l と曲線 C_2 で囲まれる部分の面積を求めよ。 (30 点)

次のページは計算欄として使用してください。