

問題 1 の解答は解答用マークシートにマークせよ。

- 1 次の(1)から(4)において、 内のカタカナにあてはまる 0 から 9 までの数字を求め、その数を解答用マークシートにマークせよ。ただし、 は 1 桁の数、 は 2 桁の数、 は 3 桁の数、 は 4 桁の数を表す。なお、(3)のテには、あてはまる符号+か-を求め、求めた結果を解答用マークシートにマークせよ。また、分数は既約分数として表すものとする。
- (40 点)

- (1) 等差数列 $a_1 = 1$, $a_2 = 5$, $a_3 = 9$, $\dots$ が、次のように第 k 群が 2^k 個の項を含むように分けられているとする。

1 5 | 9 13 17 21 | 25 29 33 37 41 45 49 53 | 57 $\dots$

たとえば、33 は第 9 項の数であり、第 3 群の 3 番目の数である。

- (a) この数列の一般項は $a_n =$ ア $n -$ イ である。
- (b) 第 10 群の最後の数は ウ エ オ カ となる。
- (c) 997 は第 キ ク ケ 項の数で、第 コ 群の サ シ ス 番目の数になる。

次のページは計算欄として使用してください。

- (2) 1個のサイコロを1回目にAが投げ、2回目にBが投げ、以下、この順番でA、Bが交互にサイコロを投げる。このとき、先に1または2の目を出した者を勝者とする。

(a) 3回目にAが勝つ確率は $\frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}} \mid \boxed{\text{タ}}}$ である。

(b) $2n-1$ 回目までにAが勝つ確率を p_n とするとき、

$$\lim_{n \rightarrow \infty} p_n = \frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}$$

となる。

次のページは計算欄として使用してください。

(3) 次の複素数 z について考える。ただし、 i は虚数単位である。

$$z = \frac{1 + \cos t + i \sin t}{1 - \cos t - i \sin t} \quad (0 < t < 2\pi)$$

(a) $0 < t < \pi$ における z の偏角を弧度法で表すと $\boxed{\text{テ}} \frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}} \pi$ になる。
(符号)

(b) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} |z| dt = \log \boxed{\text{ニ}}$ となる。ただし、対数は自然対数である。

次のページは計算欄として使用してください。

- (4) 座標空間の2点 $A(1, 1, -1)$, $B(0, 2, 1)$ を通る直線を l , 2点 $C(2, 1, 1)$, $D(3, 0, 2)$ を通る直線を m とし, l 上に点 P , m 上に点 Q をとる。点 P と点 Q の座標がそれぞれ

$$P\left(\frac{\boxed{\text{ヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}}, \frac{\boxed{\text{ノ}}}{\boxed{\text{ハ}}}, \boxed{\text{ヒ}}\right), Q(\boxed{\text{フ}}, \boxed{\text{ヘ}}, \boxed{\text{ホ}})$$

となるとき, 線分 PQ の長さは最小になり, その最小値は $\frac{\sqrt{\boxed{\text{マ}}}}{2}$ である。

次のページは計算欄として使用してください。

問題 2 の解答は解答用紙に記入せよ。

2 a, b, c を定数とし、行列 $A = \begin{pmatrix} a & c \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ とする。ただし、 $b \neq 0$ とする。

n, m は自然数として、以下の問いに答えよ。 (30 点)

(1) 行列 A が $A^2 - 6A + 9E = O$ を満たしているとき、 a, c の値を求めよ。

ただし、 E は単位行列、 O は零行列とする。

(2) $P = \begin{pmatrix} b & -3-b \\ b & -b \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} b & c \\ 0 & b \end{pmatrix}$ とする。このとき、(1) で定めた a, c

について、 $AP = PB$ となる b の値を求めよ。

(3) (1), (2) で定めた b, c について、 B^n を求めよ。

(4) (1) で定めた a, c について、 A^n を求めよ。

(5) (4) で定めた A^n を $\begin{pmatrix} p_n & q_n \\ r_n & s_n \end{pmatrix}$ とおく。このとき、

$$\sum_{n=1}^m \{(p_n + r_n) - (q_n + s_n)\}$$

を求めよ。

次のページは計算欄として使用してください。

問題 **3** の解答は解答用紙に記入せよ。

3 2つの曲線

$$C_1 : y = ae^{x-2} + b$$

$$C_2 : y = \log x$$

には、その両方に接する異なる2直線 l_1, l_2 があり、 l_1 と C_2 の接点 P の座標は $(1, 0)$ であるとする。ただし、 e は自然対数の底、 a, b は定数で $a > 0, a \neq e$ である。(30 点)

- (1) 直線 l_1 と曲線 C_1 の接点 Q の座標を (x_0, y_0) とするとき、 b, x_0, y_0 を a で表せ。
- (2) 直線 l_2 の方程式を a で表せ。また、 l_2 と C_1, C_2 との接点をそれぞれ R, S とするとき、 R, S の座標を a で表せ。
- (3) 2直線 l_1, l_2 の交点の座標を a で表せ。
- (4) 2点 P, Q 間の距離が $\sqrt{2}$ のとき、 a の値 α_1, α_2 を求めよ。ただし、 $\alpha_1 < \alpha_2$ とする。
- (5) $a = \alpha_1$ のとき、曲線 C_1 と2直線 l_1, l_2 とで囲まれた図形の面積を求めよ。

次のページは計算欄として使用してください。