

1 次の(1), (2), (3)においては, 内の 1 つのカタカナに 0 から 9 までの数字が 1 つあてはまる。その数字を解答用マークシートにマークしなさい。与えられた枠数より少ない桁の数があてはまる場合は, 上位の桁を 0 として, 右に詰めた数値としなさい。(50 点)

(1) 複素数平面上の点について以下の問いに答えなさい。ただし, i は虚数単位とする。

(a) 点 $5 + 3i$ を中心とする 90° の回転によって, 点 $2 + 5i$ は点 + i に移される。

(b) 点 $A(1 + \sqrt{3}i)$ と点 $B(4 + 2\sqrt{3}i)$ を頂点とする正三角形の残りの頂点は点 $C(\text{ウ} + \text{エ} \sqrt{\text{オ}}i)$ または点 $D(\text{カ} + \text{キ}i)$ である。

(c) 三角形 ACD の外接円の中心は点 + $\sqrt{\text{コ}}i$ である。

(d) 原点と点 A を通る直線が, 三角形 ACD の外接円と交わる点は A および点 + $\sqrt{\text{ス}}i$ である。

次のページは計算欄として使用してください。

- (2) ある高校では、夏休みのある日に英語、数学、物理、化学の4科目の補習をクラス単位で行うことにした。教える先生は各科目に1人ずつ、計4人おり、どの先生も補習の対象の各クラスに対して1時間ずつ授業をする。ただし、1人の先生が複数のクラスに対して同時に授業をすることはしないものとする。

- (a) 補習の対象がA組だけの場合、以下の表に4つの科目を1時間ずつ割り当てる方法は全部で **ア** **イ** 通りある。

	1時間目	2時間目	3時間目	4時間目
A組				

- (b) 補習の対象がA組、B組の2クラスの場合で以下の表のようにA組に英語、数学、物理、化学の順で授業をするとき、B組に4つの科目を1時間ずつ割り当てる方法は全部で **ウ** **エ** 通りある。

	1時間目	2時間目	3時間目	4時間目
A組	英 語	数 学	物 理	化 学
B組				

- (c) 補習の対象がA組とB組の2クラスの場合、以下の表において、各クラスに4つの科目を1時間ずつ割り当てる方法は全部で **オ** **カ** **キ** 通りある。

	1時間目	2時間目	3時間目	4時間目
A組				
B組				

- (d) (c)において英語の先生が1時間目に授業をしないように割り当てる方法は全部で **ク** **ケ** **コ** 通りある。

次のページは計算欄として使用してください。

- (3) 実数 x を越えない最大の整数を記号 $[x]$ で表す。例えば, $[3.2] = 3$, $[5] = 5$ である。これを用いて式

$$a_n = a_{n-1} + [\sqrt{a_{n-1}}] \quad (n \geq 1)$$

で定義される数列 $\{a_n\}$ を考える。ただし $a_0 = m^2$ (m は自然数の定数) とする。

- (a) 項 a_1, a_2, a_3, a_4 を求めると

$$\begin{aligned} a_1 &= m^2 + \boxed{\text{ア}} m + \boxed{\text{イ}} \\ a_2 &= m^2 + \boxed{\text{ウ}} m + \boxed{\text{エ}} \\ a_3 &= m^2 + \boxed{\text{オ}} m + \boxed{\text{カ}} \\ a_4 &= m^2 + \boxed{\text{キ}} m + \boxed{\text{ク}} \end{aligned}$$

である。

以下, (b), (c)においては $m = 9$ とする。

- (b) 項 $a_1, a_2, \dots, a_{20}$ について,

$$\begin{aligned} [\sqrt{a_{2k+1}}] &= \boxed{\text{ケ}} k + \boxed{\text{コ}} \\ [\sqrt{a_{2k+2}}] &= \boxed{\text{サ}} k + \boxed{\text{シ}} \end{aligned}$$

および

$$\begin{aligned} a_{2k+1} &= \boxed{\text{ス}} k^2 + \boxed{\text{セ}} \boxed{\text{ソ}} k + \boxed{\text{タ}} \boxed{\text{チ}} \\ a_{2k+2} &= \boxed{\text{ツ}} k^2 + \boxed{\text{テ}} \boxed{\text{ト}} k + \boxed{\text{ナ}} \boxed{\text{ニ}} \end{aligned}$$

が成り立つ。ただし $0 \leq k \leq 9$ とする。

- (c) $n \geq 1$ である項 a_n の中で, $\sqrt{a_n}$ が最初に整数になるのは $n = \boxed{\text{ヌ}} \boxed{\text{ネ}}$ のときであり, その次に整数になるのは $n = \boxed{\text{ノ}} \boxed{\text{ハ}}$ のときである。

次のページは計算欄として使用してください。

問題 2 , 3 の解答を解答用紙に記入しなさい。

2

(25 点)

- (1) 曲線 $y = x \log(3 - x)$ と x 軸とで囲まれた部分の面積を求めなさい。
- (2) 原点 $(0, 0, 0)$ を O とする座標空間において、点 $A(1, 0, 0)$, $B(2, 1, 0)$, $C(3, 4, 1)$ をとる。 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とし、3点 A, B, C を通る平面を α とする。
- (a) 点 $P(x, y, z)$ について、 $\overrightarrow{OP} = r\vec{a} + s\vec{b} + t\vec{c}$ となる実数 r, s, t を x, y, z で表しなさい。
- (b) 点 P が平面 α 上にあるとき、 x, y, z が満たす方程式を求めなさい。
- (c) 点 $(4, 5, 7)$ を D とする。平面 α 上の点 H が $DH \perp AB$, $DH \perp BC$ を満たすとき、 H の座標を求めなさい。

次のページは計算欄として使用してください。

3 原点 $(0, 0)$ を O とする座標平面において、放物線 $x^2 + 4y = 4$ 上の点 $P(t, 1 - \frac{t^2}{4})$ ($t > 0$) における接線を ℓ とし、 ℓ と x 軸、 y 軸との交点をそれぞれ A 、 B とする。 (25 点)

- (1) 接線 ℓ の方程式を求めなさい。
- (2) 三角形 ABO の面積を t の関数として表しなさい。
- (3) t を $t > 0$ の範囲で動かすとき、三角形 ABO の面積の最小値を求めなさい。
- (4) 線分 AB の長さを t の関数として表しなさい。
- (5) t を $t > 0$ の範囲で動かすとき、線分 AB の長さの最小値を求めなさい。

次のページは計算欄として使用してください。