

①

(1)	ア	5	イ	3	ウ	6	エ	2
	オ	5	カ	6	キ	5	ク	3
	ケ	6	コ	1	サ	2		

(2)	シ	2	ス	3	セ	4	ソ	2
	タ	4	チ	2	ツ	2	テ	3
	ト	2	ナ	3	ニ	2	ヌ	1
	ネ	1	ノ	4	ハ	2	ヒ	1

(3)	フ	1	ヘ	2	ホ	3	マ	2
	ミ	3	ム	2	メ	3	モ	2
	ヤ	2	ユ	0	ヨ	3	ラ	1
	リ	9	ル	3	レ	6	ロ	3

[2]

$$f(x) = e^{-x} \cos x,$$

$$f'(x) = -e^{-x} (\cos x + \sin x) = -\sqrt{2} e^{-x} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$(1) \quad f'(x) = 0 \text{ とすると } x \geq 0 \text{ においては, } x = \left(n - \frac{1}{4}\right)\pi \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

$k = 1, 2, 3, \dots$ として増減表を
右に示す。

よって, n が奇数のとき,

x	$\dots$	$\left(2k - \frac{5}{4}\right)\pi$		$\left(2k - \frac{1}{4}\right)\pi$	$\dots$
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$	$\searrow$	極小	$\nearrow$	極大	

$$x = \left(n - \frac{1}{4}\right)\pi \text{ において } f(x) \text{ 極小,}$$

$$n \text{ が偶数のとき, } x = \left(n - \frac{1}{4}\right)\pi \text{ において } f(x) \text{ 極大.}$$

$$f(x) \text{ の極値を与える } x \text{ は } \underline{x = \left(n - \frac{1}{4}\right)\pi \quad (n = 1, 2, 3, \dots)}$$

$$(2) \quad f(0) = 1, \quad f\left(\frac{3}{4}\pi\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2} e^{-\frac{3}{4}\pi}, \quad f(\pi) = -e^{-\pi} \text{ と増減表より}$$

$$\underline{\text{最大値: } 1 \quad (x = 0 \text{ のとき}),}$$

$$\underline{\text{最小値: } -\frac{\sqrt{2}}{2} e^{-\frac{3}{4}\pi} \quad (x = \frac{3}{4}\pi \text{ のとき})}$$

x	0		$\frac{3}{4}\pi$		π
$f'(x)$		-	0	+	
$f(x)$		$\searrow$		$\nearrow$	

(3)

$$(a) \quad (1) \text{ より } \underline{a_n = \left(2n - \frac{5}{4}\right)\pi}$$

$$(b) \quad f(a_n) = e^{-(2n - \frac{5}{4})\pi} \cos\left(2n - \frac{5}{4}\right)\pi$$

$$= e^{\left\{-2(n-1) - \frac{3}{4}\right\}\pi} \cos \frac{3}{4}\pi = -\frac{\sqrt{2}}{2} e^{-\frac{3}{4}\pi} \cdot (e^{-2\pi})^{n-1}$$

$$f(a_n) \text{ は, 初項: } -\frac{\sqrt{2}}{2} e^{-\frac{3}{4}\pi}, \text{ 公比: } e^{-2\pi} \text{ の等比数列で,}$$

$$0 < e^{-2\pi} < 1 \text{ より, 無限等比級数 } \sum_{n=1}^{\infty} f(a_n) \text{ は収束して和をもつ.}$$

$$\therefore \sum_{k=1}^{\infty} f(a_n) = \frac{-\frac{\sqrt{2}}{2} e^{-\frac{3}{4}\pi}}{1 - e^{-2\pi}} = \underline{\underline{-\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{e^{\frac{5}{4}\pi}}{e^{2\pi} - 1}}}$$

(1)

$$\begin{aligned}
 \text{(a)} \quad \int t^2 (\log t)^2 dt &= \frac{t^3}{3} (\log t)^2 - \int \frac{t^3}{3} \cdot 2 \log t \cdot \frac{1}{t} dt \\
 &= \frac{t^3}{3} (\log t)^2 - \frac{2}{3} \left\{ \frac{t^3}{3} \log t - \int \frac{t^3}{3} \cdot \frac{1}{t} dt \right\} \\
 &= \frac{t^3}{3} (\log t)^2 - \frac{2}{3} \left\{ \frac{t^3}{3} \log t - \frac{t^3}{9} \right\} + C \\
 &= \frac{t^3}{27} \{9(\log t)^2 - 6 \log t + 2\} + C \\
 &\hspace{20em} (C: \text{積分定数})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(b)} \quad \int_1^e t^2 (\log t)^2 dt &= \left[\frac{t^3}{27} \{9(\log t)^2 - 6 \log t + 2\} \right]_1^e \\
 &= \frac{e^3}{27} (9 - 6 + 2) - \frac{1}{27} \cdot 2 = \frac{1}{27} (5e^3 - 2)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(c)} \quad \int \log t dt &= t \log t - \int t \cdot \frac{1}{t} dt = \underline{t \log t - t} + C \\
 &\hspace{20em} (C: \text{積分定数})
 \end{aligned}$$

$$\text{(d)} \quad \int_1^e \log t dt = [t \log t - t]_1^e = e - e - (0 - 1) = \underline{1}$$

$$\text{(2)} \quad f(x) = x^2 \log x - \int_1^e f(t) \log t dt$$

$$\text{(a)} \quad C = \int_1^e f(t) \log t dt \text{ とおくと, } f(x) = x^2 \log x - C$$

$$\begin{aligned}
 C &= \int_1^e (t^2 \log t - C) \log t dt = \int_1^e t^2 (\log t)^2 dt - C \int_1^e \log t dt \\
 &= \frac{1}{27} (5e^3 - 2) - C \cdot 1
 \end{aligned}$$

$$\therefore C = \frac{1}{54} (5e^3 - 2)$$

$$\therefore f(x) = \underline{x^2 \log x - \frac{1}{54} (5e^3 - 2)}$$

$$\text{(b)} \quad f'(x) = 2x \log x + x^2 \cdot \frac{1}{x} = x(2 \log x + 1)$$

$$x > 0 \text{ より } f'(x) = 0 \text{ とすると } \log x = -\frac{1}{2} \quad \therefore x = e^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{e}}$$

増減表より, $f(x)$ の極値を与える x は

$$x = \frac{1}{\sqrt{e}}$$

x	0		$\frac{1}{\sqrt{e}}$	
$f'(x)$	$\times$	-	0	+
$f(x)$	$\times$	$\searrow$		$\nearrow$

$$\text{(c)} \quad f''(x) = 2 \log x + 2x \cdot \frac{1}{x} + 1 = 2 \log x + 3$$

$$f''(x) = 0 \text{ とすると } \log x = -\frac{3}{2} \quad \therefore x = e^{-\frac{3}{2}}$$

$$0 < x < e^{-\frac{3}{2}} \text{ において } f''(x) < 0,$$

$$x = e^{-\frac{3}{2}} \text{ において } f''(x) > 0 \text{ より}$$

$$\text{変曲点の } x \text{ 座標は } \underline{x = e^{-\frac{3}{2}}}$$