

D 1 数 学

この冊子は、数学の問題で 1 ページより 4 ページまであります。

〔注 意〕

- (1) 試験開始の指示があるまで、この冊子を開いてはいけません。
- (2) 受験番号等記入の指示があったら、直ちに解答用マークシートに受験番号および氏名を記入し、さらに受験番号・志望学科をマークしなさい。
- (3) 解答は所定の解答用マークシートにマークしたものが採点されます。
- (4) 解答用マークシートについて
 - ① 解答用マークシートは絶対に折り曲げてはいけません。
 - ② マークには黒鉛筆(HBまたはB)を使用しなさい。指定の黒鉛筆以外でマークした場合は採点されません。
 - ③ 誤ってマークした場合は消しゴムで丁寧に消し、消しくずを完全に取り除いた上、新たにマークし直しなさい。
 - ④ マークは横 1 行について 1 箇所に限ります。2 箇所以上マークすると採点されません。あいまいなマークは無効となるので、はっきりマークしなさい。
- (5) 試験開始の指示があったら、初めに問題冊子のページ数を確認しなさい。
- (6) 問題冊子は、試験終了後、持ち帰りなさい。

次の 1 から 4 までの文章の 内のカタカナにあてはまる 0 から 9 までの数字を求め、その数を解答用マークシートにマークせよ。ただし、 は 1 桁の数、 は 2 桁の数を表すものとする。また、分数は既約分数として表すものとする。

1

(25 点)

(1) 次の条件 (*) を満たす自然数 i, j, k を考える。

$$i \leq j \leq k \text{ かつ } \frac{1}{i} + \frac{1}{j} + \frac{1}{k} = 1 \quad (*)$$

(a) このとき、 i が取り得る最大の値は ア である。

(b) (*) を満たす i, j, k の組は全部で イ 個ある。

(2) 次の条件 (**) を満たす自然数 i, j, k を考える。

$$i \leq j \leq k \text{ かつ } \frac{1}{i} + \frac{2}{j} + \frac{3}{k} = 1 \quad (**)$$

(a) このとき、 i が取り得る最小の値は ウ であり、最大の値は エ である。

(b) $i = \text{ウ}$ のとき、 j が取り得る最小の値は オ であり、最大の値は カ キ である。

(c) $i = \text{ウ} + 1$ のとき、 j が取り得る最小の値は ク であり、最大の値は ケ である。

(d) (**) を満たす i, j, k の組は全部で コ 個ある。

2

1 個のサイコロを n 回投げるとき、1 の目がちょうど k 回出る確率を p_k とする。

(25 点)

(1) $p_k = {}_nC_k \left(\frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}} \right)^k \left(\frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}} \right)^{n-k}$ である。

(2) $n = 20$ のとき p_k が最大となる k の値は $\boxed{\text{ソ}}$ である。また、 $n = 34$ のとき p_k が最大となる k の値は $\boxed{\text{タ}}$ である。

(3) m を自然数とすると

$$p_0 < p_1 < p_2 < \cdots < p_{m-1} < p_m \geq p_{m+1}$$

となるための必要十分条件は、 n の範囲が

$$\boxed{\text{チ}} m \leq n \leq \boxed{\text{ツ}} m + \boxed{\text{テ}}$$

であることである。

3

座標空間において、頂点が

 $(0,0,0), (1,0,0), (0,1,0), (0,0,1), (1,1,0), (1,0,1), (0,1,1), (1,1,1)$

の立方体を C とする。また、 $a > 0$ として、3 点 $(0,0,0), (1,0,\frac{a}{2}), (0,1,\frac{a}{2})$ を通る平面を α とする。このとき、立方体 C と平面 α の共通部分の図形を P とすると、 P は多角形となる。

(20 点)

(1) $0 < a \leq$ のとき、 P は 角形であり、その面積は $\sqrt{\text{} + \frac{a \text{}}{\text{}}}$

である。

(2) $< a <$ のとき、 P は 角形である。

(3) $\leq a$ のとき、 P は 角形であり、その面積は $\sqrt{\frac{\text{} a \text{} + \text{}}{a \text{}}}$

である。

4

連続関数 $f(x)$, $g(x)$ が次の条件を満たしているとする。

(30 点)

$$\int_1^x f(t) dt = xg(x) - ax + 2,$$

$$g(x) = x^2 - x \int_0^1 f(t) dt - b,$$

$$g(1) = 0$$

このとき, $a = \boxed{\text{ミ}}$ であり,

$$f(x) = \boxed{\text{ム}} x^2 + \boxed{\text{メ}} x - \boxed{\text{モ}},$$

$$g(x) = x^2 + \boxed{\text{ヤ}} x - \boxed{\text{ユ}}$$

である。また, 2 曲線 $y = f(x)$, $y = g(x)$ の交点の x 座標のうち正のものは

$$\frac{\sqrt{\boxed{\text{ヨ}} - \boxed{\text{ラ}}}}{\boxed{\text{リ}}}$$

である。また, これら 2 曲線と直線 $x = 1$ で囲まれた部分の面積は

$$\frac{1}{\boxed{\text{ル}}} (\boxed{\text{レ}} \sqrt{\boxed{\text{ロ}}} - \boxed{\text{ワ}})$$

である。