

E 1 数 学

この冊子は、数学の問題で 1 ページより 5 ページまであります。

〔注 意〕

- (1) 試験開始の指示があるまで、この冊子を開いてはいけません。
- (2) 受験番号等記入の指示があったら、直ちに解答用紙に志望学科・受験番号を記入しなさい。解答用マークシートには受験番号および氏名を記入し、さらに受験番号・志望学科をマークしなさい。
- (3) 解答は所定の解答用紙に記入したものおよび解答用マークシートにマークしたものだけが採点されます。
- (4) 解答用マークシートについて
 - ① 解答用マークシートは絶対に折り曲げてはいけません。
 - ② マークには黒鉛筆(HBまたはB)を使用しなさい。指定の黒鉛筆以外でマークした場合は採点されません。
 - ③ 誤ってマークした場合は消しゴムで丁寧に消し、消しくずを完全に取り除いた上、新たにマークし直しなさい。
 - ④ マークは横 1 行について 1 箇所に限ります。2 箇所以上マークすると採点されません。あいまいなマークは無効となるので、はっきりマークしなさい。
- (5) 試験開始の指示があったら、初めに問題冊子のページ数を確認しなさい。
- (6) 問題冊子は、試験終了後、持ち帰りなさい。

問題 1 の解答は解答用マークシートにマークしなさい。

1 次の (1), (2), (3) においては, 内の 1 つのカタカナに 0 から 9 までの数字が 1 つあてはまる。その数字を解答用マークシートにマークしなさい。与えられた枠数より少ない桁の数があてはまる場合は, 上位の桁を 0 とし, 右に詰めた数値としなさい。分数は既約分数とし, 値が整数の場合は分母を 1 としなさい。

(50 点)

(1) 座標平面において, 点 (x, y) が楕円 $4x^2 + 9y^2 = 36$ 上を動く。このとき, 次のことが成り立つ。

(a) $x + 2y$ は, $x = \frac{\text{ア}}{\text{イ}}, y = \frac{\text{ウ}}{\text{エ}}$ で最大値 オ をとる。

(b) $x^2 + \frac{2}{3}xy + \frac{3}{2}y^2$ は,

$$x = \frac{\text{カ}}{\text{キ}} \times \sqrt{\text{ク}}, \quad y = \frac{\text{ケ}}{\text{コ}} \times \sqrt{\text{サ}}$$

または

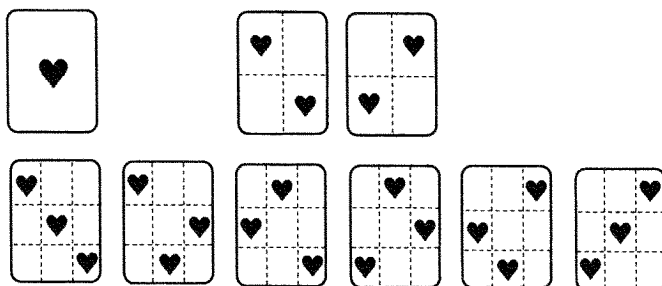
$$x = -\frac{\text{シ}}{\text{ス}} \times \sqrt{\text{セ}}, \quad y = -\frac{\text{ソ}}{\text{タ}} \times \sqrt{\text{チ}}$$

で最大値 ツ テ をとる。

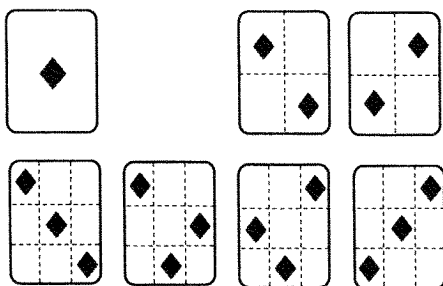
(2) カード(トランプ)表面の新しいデザインとして、以下の3つの条件を満たすような、 n 個のマークの配置法を考える。

- カードを縦横に n 等分し、分けられた各区画の中心にマークを置く。
- 各縦列にも、各横列にも、2 個以上のマークを置かない。
- 1 枚のカードには、♥♠ のように、マークを違う向きには置かない。

ハートのマークを配置するとき、下図のように、ハートの1は1通り、2は2通り、3には6通りの配置法がある。



一方、ダイヤのマークは向きを逆さにしても同じなので、ダイヤの1は1通り、2には2通りの配置法があるが、3は下図のように4通りしかない。



同様に考えれば、次のことがいえる。

- (a) ハートの7の配置法は

ア	イ	ウ	エ
---	---	---	---

 通りある。
- (b) ダイヤの4の配置法は

オ	カ
---	---

 通りある。
- (c) ダイヤの7の配置法は

キ	ク	ケ	コ
---	---	---	---

 通りある。

- (3) 座標平面において、放物線 $y = 2x^2$ 上の異なる2点 P, Qを通る直線を L とし、直線 L と放物線で囲まれた部分の面積を S とする。点 P の座標を $(\alpha, 2\alpha^2)$ ($\alpha > 0$) としたとき、直線 L が点 P における放物線の接線と垂直であれば、次のことが成り立つ。

(a) $\alpha = \frac{1}{2}$ のとき、直線 L の方程式は $y = -\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}x + \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ であり、

S は $\frac{\boxed{\text{オ}}\boxed{\text{カ}}\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}\boxed{\text{ケ}}\boxed{\text{コ}}}$ である。

(b) α が $\alpha > 0$ の範囲で変化するとき、 S は $\alpha = \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$ で最小値 $\frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}$ をとる。

問題 2 , 3 の解答は解答用紙に記入しなさい。

2

(25 点)

(1) 次の関数を x について微分しなさい。

(a) $y = \log \sqrt{1 + \cos^2\left(\frac{x}{2}\right)}$

(b) $y = (\sqrt{x})^x \quad (x > 0)$

(2) 次の不定積分および定積分を求めなさい。ただし、 e は自然対数の底である。

(a) $\int e^{-t} \sin t dt$

(b) $\int_0^{2\pi} e^{-t} |\sin t| dt$

(3) 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$ に対して、

$$A \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & \beta \end{pmatrix}$$

を満たす実数 α, β ($\alpha > \beta$) および $\frac{p_{11}}{p_{21}}, \frac{p_{12}}{p_{22}}$ を求めなさい。ただし、

$$\begin{pmatrix} p_{11} \\ p_{21} \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} p_{12} \\ p_{22} \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{とする。}$$

3

原点を O とする複素数平面において、複素数 z_1, z_2 を表す点を、それぞれ A, B とする。 z_1 と z_2 が次の 2 つの式

$$z_2 = i a z_1 \quad (i \text{ は虚数単位}, a \text{ は } a > 0 \text{ の実数})$$

および

$$|z_1| + |z_2| + |z_1 - z_2| = 1$$

を満たすとき、次の問いに答えなさい。

(25 点)

- (1) $|z_1|$ を a で表しなさい。
- (2) $\triangle OAB$ の面積を a で表しなさい。
- (3) $m = \sqrt{a} + \frac{1}{\sqrt{a}}$ とおいて、 $\triangle OAB$ の面積を m で表しなさい。
- (4) a が $a > 0$ の範囲で変化するとき、 $\triangle OAB$ の面積の最大値を求めなさい。