

F 1 数 学

この冊子は、数学の問題で 1 ページより 5 ページまであります。

〔注 意〕

- (1) 試験開始の指示があるまで、この冊子を開いてはいけません。
- (2) 受験番号等記入の指示があったら、直ちに解答用紙に志望学科・受験番号を記入しなさい。解答用マークシートには受験番号および氏名を記入し、さらに受験番号・志望学科をマークしなさい。
- (3) 解答は所定の解答用紙に記入したものおよび解答用マークシートにマークしたものだけが採点されます。
- (4) 解答用マークシートについて
 - ① 解答用マークシートは絶対に折り曲げてはいけません。
 - ② マークには黒鉛筆(HBまたはB)を使用しなさい。指定の黒鉛筆以外でマークした場合は採点されません。
 - ③ 誤ってマークした場合は消しゴムで丁寧に消し、消しくずを完全に取り除いた上、新たにマークし直しなさい。
 - ④ マークは横 1 行について 1 箇所に限ります。2 箇所以上マークすると採点されません。あいまいなマークは無効となるので、はっきりマークしなさい。
- (5) 試験開始の指示があったら、初めに問題冊子のページ数を確認しなさい。
- (6) 問題冊子は、試験終了後、持ち帰りなさい。

問題 **1** の解答は解答用マークシートにマークしなさい。

1 次の (1), (2), (3) においては, のカタカナには 0 から 9 までの数字の 1 つが, 英文字 p, q, r には符号 + (プラス) または - (マイナス) の 1 つがあてはまる。その数字または符号を解答用マークシートにマークしなさい。与えられた枠数より少ない桁の数があてはまる場合は, 上位の桁を 0 とし, 右に詰めた数値としなさい。分数は既約分数とし, 値が整数の場合は分母を 1 としなさい。

(50 点)

(1) 座標平面において, y 軸上に点 $A(0, 3)$ と点 $B(0, 1)$ をとり, x 軸上に点 $C(c, 0)$ ($c > 0$) をとる。角 $\angle ACB$ を θ ($0 < \theta < \pi$) とする。

(a) $c = 2$ のとき, $\tan \theta = \frac{\text{ア}}{\text{イ}}$ である。

(b) c が $c > 0$ の範囲で変化するとき, θ は $c = \sqrt{\text{ウ}}$ で最大値 $\frac{\text{エ}}{\text{オ}} \pi$ をとる。

右のページは白紙です。

(2) 横一列に並んでいる n 個の石がある。次の条件を満たすように、すべての石を赤または黒で塗る。

条件：赤い石と赤い石は隣り合わない

この条件を満たす塗り方の総数を a_n とし、その中で右端の石が黒である塗り方の総数を b_n 、右端の石が赤である塗り方の総数を c_n とする。

(a) $n = 2$ のとき、 $a_2 = \boxed{\text{ア}}$ 、 $b_2 = \boxed{\text{イ}}$ 、 $c_2 = \boxed{\text{ウ}}$ であり、 $n = 3$ のとき、 $a_3 = \boxed{\text{エ}}$ 、 $b_3 = \boxed{\text{オ}}$ 、 $c_3 = \boxed{\text{カ}}$ である。

(b) $n \geq 3$ のとき、

$$\begin{array}{l} \boxed{\text{p}} \boxed{\text{キ}} \times a_{n-1} - \boxed{\text{ク}} \times a_n + a_{n+1} = \boxed{\text{ケ}} \\ \boxed{\text{q}} \boxed{\text{コ}} \times b_{n-1} - \boxed{\text{サ}} \times b_n + b_{n+1} = \boxed{\text{シ}} \\ \boxed{\text{r}} \boxed{\text{ス}} \times c_{n-1} - \boxed{\text{セ}} \times c_n + c_{n+1} = \boxed{\text{ソ}} \end{array}$$

が成り立つ。

右のページは白紙です。

- (3) 一辺の長さが 4 の正三角形 ABC において、辺 BC の中点を D、線分 BD の中点を E とする。また、2 点 B、D からの距離の和が 3 である点 F とする。点 F はこの条件

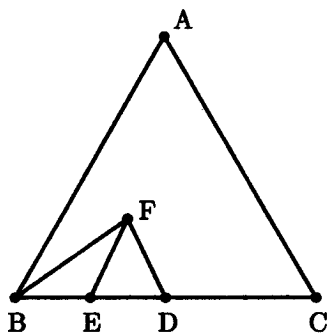
$$BF + DF = 3$$

を満たしながら動く。このとき、次のことが成り立つ。

- (a) 線分 EF の長さの最大値は $\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ であり、最小値は $\frac{\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}}{\boxed{\text{エ}}}$ である。

- (b) $\triangle BFC$ の面積の最大値は $\sqrt{\boxed{\text{オ}}}$ である。

- (c) 点 F と直線 AC の距離が最小となるときの、線分 EF の長さは $\frac{\sqrt{\boxed{\text{カ}}\boxed{\text{キ}}\boxed{\text{ク}}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ である。



右のページは白紙です。

問題 **2**, **3** の解答は解答用紙に記入しなさい。

2

(25 点)

(1) x の関数 y が, t を媒介変数として, 次の式

$$\begin{cases} x = 1 - \cos t \\ y = 1 + t - (\sin t + \cos t) \end{cases}$$

で表されるとき, $\frac{dy}{dx}$ を t の関数として表しなさい。

(2) 不定積分 $\int \frac{\log x}{(x+1)^2} dx$ を求めなさい。

(3) 実数を成分とする 3 つの行列

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} c & d \\ -d & c \end{pmatrix} \quad E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

を考える。

(a) $AC = E$ のとき, c, d を a, b で表しなさい。

(b) $A^3 = E$ のとき, a, b を求めなさい。

(c) $A^6 = E$ のとき, a, b を求めなさい。

右のページは白紙です。

3

1 辺の長さが 1 の立方体 CDEF-OAGB において、線分 CA および BE を $t:1-t$ に内分する点をそれぞれ M, N ($CM:MA=BN:NE=t:1-t$) とし、 $\triangle MNG$ の定める平面を V とする。ただし、 t は $0 < t < 1$ なる実数である。 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ において、次の問いに答えなさい。

(25 点)

- (1) $\overrightarrow{MN}$, $\overrightarrow{MG}$ を $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ および t を用いて表しなさい。
- (2) $\vec{u} = \alpha \vec{a} + \beta \vec{b} + \vec{c}$ で与えられるベクトル $\vec{u}$ が V に垂直であるとき、 α, β を t を用いて表しなさい。
- (3) $\triangle MNG$ の重心 P を通り、 V に垂直な直線が線分 CE と交わる時、 t の値を求めなさい。
- (4) $\triangle MNG$ の重心 P を通り、 V に垂直な直線が正方形 $CDEF$ の内部あるいはその周上の点と交わる時、 t のとり得る値の範囲を求めなさい。

