

L 1 数 学

この冊子は、数学の問題で 1 ページより 5 ページまであります。

〔注 意〕

- (1) 試験開始の指示があるまで、この冊子を開いてはいけません。
- (2) 受験番号等記入の指示があったら、直ちに解答用紙に志望学科・受験番号を記入しなさい。解答用マークシートには受験番号および氏名を記入し、さらに受験番号・志望学科をマークしなさい。
- (3) 解答は所定の解答用紙に記入したものおよび解答用マークシートにマークしたものだけが採点されます。
- (4) 解答用マークシートについて
 - ① 解答用マークシートは絶対に折り曲げてはいけません。
 - ② マークには黒鉛筆(HBまたはB)を使用しなさい。指定の黒鉛筆以外でマークした場合は採点されません。
 - ③ 誤ってマークした場合は消しゴムで丁寧に消し、消しくずを完全に取り除いた上、新たにマークし直しなさい。
 - ④ マークは横 1 行について 1 箇所に限ります。2 箇所以上マークすると採点されません。あいまいなマークは無効となるので、はっきりマークしなさい。
- (5) 試験開始の指示があったら、初めに問題冊子のページ数を確認しなさい。
- (6) 問題冊子は、試験終了後、持ち帰りなさい。

問題 1 の解答は解答用マークシートにマークしなさい。

1 次の文章中の ア から マ までに当てはまる数字 0～9 を求めて、解答用マークシートの指定された欄にマークしなさい。ただし、分数は既約分数として表しなさい。

(40 点)

- (1) 数列 $\{a_n\}$ は、最初の 3 項が $a_1 = 1$, $a_2 = 4$, $a_3 = \frac{11}{2}$ であり、また $b_n = a_{n+1} - a_n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) とおくと、数列 $\{b_n\}$ は等比数列になるという。このとき、 $\{b_n\}$ の一般項は

$$b_n = \boxed{\text{ア}} \left(\frac{1}{\boxed{\text{イ}}} \right)^{n-1}$$

となり、 $\{a_n\}$ の一般項は

$$a_n = \boxed{\text{ウ}} - \boxed{\text{エ}} \left(\frac{1}{\boxed{\text{オ}}} \right)^{n-1}$$

となる。したがって、 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \boxed{\text{カ}}$ である。

右のページは白紙です。

(2) 白球 6 個，黄球 3 個，赤球 3 個が入っている袋から，同時に 3 個の球を取り出す。

(a) 3 個とも赤球である確率は $\frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}} \boxed{\text{ケ}} \boxed{\text{コ}}}$ である。

(b) 白球と黄球と赤球が 1 個ずつである確率は $\frac{\boxed{\text{サ}} \boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}} \boxed{\text{セ}} \boxed{\text{ソ}}}$ である。

(c) 3 個の中に赤球がちょうど 2 個含まれている確率は $\frac{\boxed{\text{タ}} \boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}} \boxed{\text{テ}} \boxed{\text{ト}}}$ である。

(d) 3 個の中に赤球が含まれていれば，1 個につき 5 万円の賞金がつくとする。
 たとえば，赤球が 2 個含まれていれば 10 万円の賞金がつく。このとき，同時に 3 個の球を取り出したときの賞金の期待値は $\frac{\boxed{\text{ナ}} \boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}$ (万円) である。

右のページは白紙です。

(3) 関数 $f(x)$ を

$$f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7 + 6x + |x| - 2x^{2n}}{1 - x^n + x^{2n}}$$

とする。ただし、 n は自然数である。

(a) $0 \leq x < 1$ のとき、 $f(x) = \boxed{\text{ネ}}$ $x + \boxed{\text{ノ}}$ である。

(b) $-1 < x < 0$ のとき、 $f(x) = \boxed{\text{ハ}}$ $x + \boxed{\text{ヒ}}$ である。

(c) $x = 1$ のとき、 $f(x) = \boxed{\text{フ}}$ $\boxed{\text{ヘ}}$ であり、 $x = -1$ のとき、 $f(x) = \boxed{\text{ホ}}$ である。

(d) $|x| > 1$ のとき、 $f(x) = -\boxed{\text{マ}}$ である。

右のページは白紙です。

問題 **2**, **3** の解答は解答用紙に記入しなさい。

2 関数 $f(x)$ を

$$f(x) = x^2 - 8(\sin \theta \cos \theta)x$$

とし、 $t = \sin \theta + \cos \theta$ とおく。ただし、 $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ である。

- (1) t のとりうる値の範囲を求めよ。
- (2) $f(x)$ を、 t と x を用いて表せ。
- (3) $-1 \leq x \leq 1$ における $f(x)$ の最大値を M 、最小値を m とするとき、 M と m をそれぞれ t を用いて表せ。
- (4) (3) で求めた M, m に対して、 $M - m$ を t の関数とみたとき、 $M - m$ のとりうる値の範囲を求めよ。

(30 点)

右のページは白紙です。

3関数 $f(x)$, $g(x)$ を

$$f(x) = -\frac{a}{x+1} + b, \quad g(x) = e^{mx}$$

とする。ただし a, b, m は正の定数である。曲線 $C_1: y = f(x)$ と曲線 $C_2: y = g(x)$ は $x = 0$ と $x = 1$ のとき、それぞれ交わり、曲線 C_2 の $x = 0$ における接線の傾きは 1 である。ここに e は自然対数の底である。

(1) 定数 a, b, m を求めよ。

曲線 C_1 と曲線 C_2 で囲まれた部分を D (ただし周上も含む) とする。

(2) 点 (x, y) が D 上を動くとき、 $y - 2x$ が最小になる点を (p, q) とする。 p と q の値を求めよ。

(3) D の面積を S とする。 S を求めよ。

(30 点)

右のページは白紙です。