

N 1 数 学

この冊子は、数学の問題で 1 ページより 5 ページまであります。

〔注 意〕

- (1) 試験開始の指示があるまで、この冊子を開いてはいけません。
- (2) 受験番号等記入の指示があったら、直ちに解答用紙に志望学科・受験番号を記入しなさい。解答用マークシートには受験番号および氏名を記入し、さらに受験番号・志望学科をマークしなさい。
- (3) 解答は所定の解答用紙に記入したものおよび解答用マークシートにマークしたものだけが採点されます。
- (4) 解答用マークシートについて
 - ① 解答用マークシートは絶対に折り曲げてはいけません。
 - ② マークには黒鉛筆(HBまたはB)を使用しなさい。指定の黒鉛筆以外でマークした場合は採点されません。
 - ③ 誤ってマークした場合は消しゴムで丁寧に消し、消しくずを完全に取り除いた上、新たにマークし直しなさい。
 - ④ マークは横 1 行について 1 箇所に限ります。2 箇所以上マークすると採点されません。あいまいなマークは無効となるので、はっきりマークしなさい。
- (5) 試験開始の指示があったら、初めに問題冊子のページ数を確認しなさい。
- (6) 問題冊子は、試験終了後、持ち帰りなさい。

問題 1 の解答は解答用マークシートにマークしなさい。

1 次の文章中の ア から テ までに当てはまる数字 0～9 を求めて、解答用マークシートの指定された欄にマークしなさい。ただし、分数は既約分数として表しなさい。

(40 点)

(1) x に関する 2 次方程式 $x^2 - 4x + \log_2 a = 0$ ($a > 0$) について考える。

- (a) この方程式が $x = 1$ を解にもつならば、 $a =$ ア であって、もう一つの解は $x =$ イ である。
- (b) この方程式が $x = \log_2 a$ を解にもつならば、 a の値の小さい順に、 $a =$ ウ または $a =$ エ である。
- (c) この方程式が実数解をもつためには、 $0 < a \leq$ オ カ となることが必要十分である。

右のページは白紙です。

(2) O を原点とする空間内に 3 点 $A(\cos \theta, \sin \theta, 0)$, $B(0, \cos \theta, \sin \theta)$, $C(\sin \theta, k, \cos \theta)$ があり, $\triangle ABC$ はどのような θ の値に対しても正三角形になるという。

(a) $k = \boxed{\text{キ}}$ である。

(b) θ が $0 \leq \theta < 2\pi$ の範囲を動くとき, $\triangle ABC$ の一辺の長さの最小値は $\boxed{\text{ク}}$ であり, 最大値は $\sqrt{\boxed{\text{ケ}}}$ である。

(c) $\triangle ABC$ の重心を G とする。 θ が $0 \leq \theta < 2\pi$ の範囲を動くとき, 線分 OG の長さが最大となるのは, θ の値の小さい順に

$$\theta = \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}} \pi \text{ と } \theta = \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}} \pi$$

のときである。また OG の長さの最大値は $\frac{\sqrt{\boxed{\text{セ}}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ である。

右のページは白紙です。

(3) z を複素数とする。

(a) z が, $z^3 = 1, z \neq 1$ を満たすとき,

$$(1-z)(1-z^2) = \boxed{\text{タ}}$$

$$\frac{1}{1-z} + \frac{1}{1-z^2} = \boxed{\text{チ}}$$

である。

(b) z が, $z^5 = 1, z \neq 1$ を満たすとき,

$$(1-z)(1-z^2)(1-z^3)(1-z^4) = \boxed{\text{ツ}}$$

$$\frac{1}{1-z} + \frac{1}{1-z^2} + \frac{1}{1-z^3} + \frac{1}{1-z^4} = \boxed{\text{テ}}$$

である。

右のページは白紙です。

問題 **2**, **3** の解答は解答用紙に記入しなさい。

2 xy 平面において, $a_0 = 1$ とし, y 軸上の点 $P_0(0, a_0)$ から曲線 $C: x^2 - \frac{1}{12}y^2 = 1$ の $x > 0$ の部分に引いた接線の接点を $T_1(a_1, b_1)$ として, y 軸上に点 $P_1(0, a_1)$ をとる。これを順次くり返して, 一般に n ($n = 1, 2, 3, \dots$) に対して, y 軸上の点 $P_n(0, a_n)$ から曲線 C の $x > 0$ の部分に引いた接線の接点を $T_{n+1}(a_{n+1}, b_{n+1})$ として, y 軸上に点 $P_{n+1}(0, a_{n+1})$ をとる。

(1) a_{n+1} を a_n で表せ。

(2) $\frac{1}{a_n^2 + 3} = c_n$ ($n = 0, 1, 2, 3, \dots$) とおくとき, c_{n+1} を c_n で表し, 数列 $\{c_n\}$ の一般項 c_n を求めよ。

(3) n が限りなく大きくなるとき, 点 T_n は曲線 C 上のどの点に近づくか。

(30 点)

右のページは白紙です。

3関数 $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$ について以下の問に答えよ。

(1) 定積分 $\int_{-1}^1 f(x)dx$, および $\int_{-1}^1 \{f(x)\}^2 dx$ を求めよ。

(2) 区間 $[-1, 1]$ を n 等分する点 $x_0, x_1, x_2, \dots, x_n$ を

$$x_k = -1 + \frac{2k}{n} \quad (k = 0, 1, 2, \dots, n)$$

とし, xy 平面上の一点 $P(a, b)$ と, $y = f(x)$ のグラフ上の点 $X_k(x_k, f(x_k))$ とを結ぶ線分 PX_k の長さを l_k とおく。

(a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n-1} l_k^2$ を定積分の形に表せ。さらに, その値を a, b で表せ。

(b) (a) で求めた値を L とおく。点 P が平面上を動くとき, L の最小値, および最小値を与える P の座標を求めよ。

(30 点)

右のページは白紙です。