

$$\boxed{1} \quad \boxed{ア} \quad 0 \quad \boxed{イ} \quad 2$$

$$\boxed{ウ} \quad 4 \quad \boxed{エ} \quad 0$$

$$\boxed{オ} \quad 8 \quad \boxed{カ} \quad 2$$

$$\frac{\boxed{キ}}{\boxed{ク}} = \frac{1}{4} \quad \boxed{ケ} \quad 2 \quad \frac{\boxed{コ}}{\boxed{カ}} = \frac{1}{4} \quad \boxed{シ} \quad 5$$

$$\frac{\boxed{ズ}}{\boxed{セ}} = \frac{9}{8}$$

$$\frac{\boxed{ヤ}}{\boxed{ク}} = \frac{0.4}{3} \quad \frac{\boxed{ツ}}{\boxed{ト}} = \frac{2.0}{3}$$

$$\boxed{ナ} \quad 4$$

$$\frac{-\boxed{ニ} + \sqrt{\boxed{ズ}}}{\boxed{1}} = \frac{-1 + \sqrt{33}}{8}$$

$$\frac{-\boxed{ハ} - \sqrt{\boxed{ケ}}}{\boxed{ハ}} = \frac{-1 - \sqrt{33}}{8}$$

$$\frac{-\boxed{ホ} - \sqrt{\boxed{マ}}}{\boxed{ム}} = \frac{-1 - \sqrt{33}}{8}$$

$$\frac{-\boxed{ク} + \sqrt{\boxed{セ}}}{\boxed{ユ}} = \frac{-1 + \sqrt{33}}{8}$$

$$\boxed{ヨ} \quad 1 \quad \boxed{ラ} \quad 3 \quad \boxed{リ} \quad 4 \quad \boxed{ル} \quad 6$$

$$\boxed{レ} \quad 0 \quad \frac{\boxed{ロ}}{\boxed{リ}} = \frac{0.8}{3} \quad \boxed{ロ} \quad 4 \quad \frac{\boxed{ス}}{\boxed{セ}} = \frac{1.6}{3} \quad \boxed{タ} \quad 8$$

$$\boxed{タ} \quad 4 \quad \boxed{チ} \quad 0$$

② (1) R は P と Q の中点 なる 2"

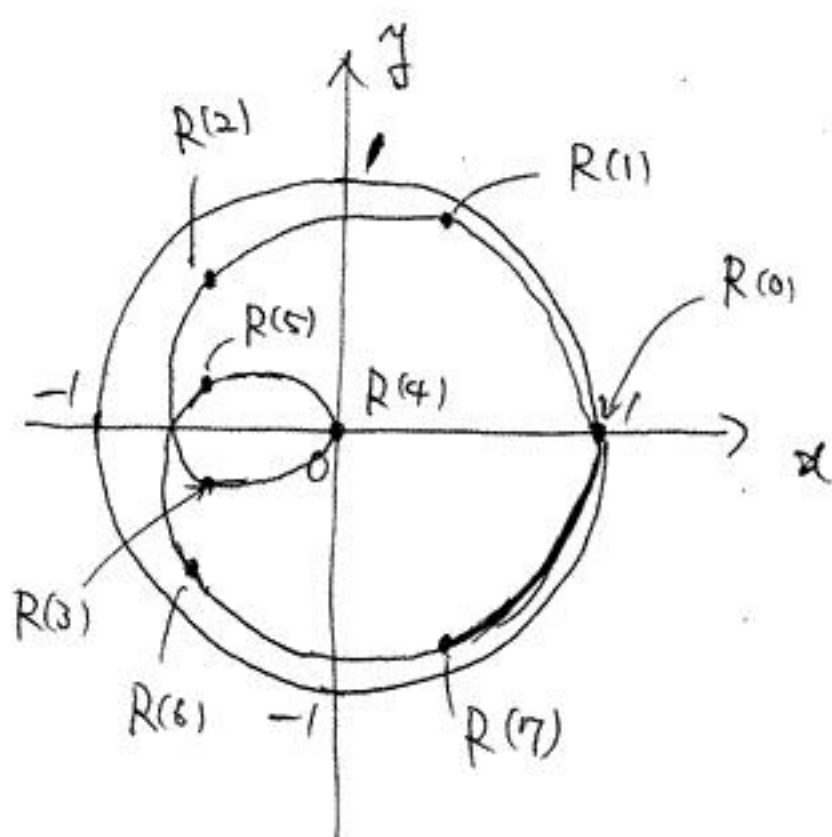
$$R(t) = \left(\frac{\cos \frac{\pi}{4} t + \cos \frac{\pi}{2} t}{2}, \frac{\sin \frac{\pi}{4} t + \sin \frac{\pi}{2} t}{2} \right)$$

(2) R が R(0) の位置にあるときは、
P と Q も R(0) の位置にある。

また、P は 8 秒、Q は 4 秒 2" C を
1 周する。

以上より $T = 8$

(3)



$$(4) S = \int_{\frac{\sqrt{2}}{4}}^1 y dx$$

$$x = \frac{1}{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} t + \cos \frac{\pi}{2} t \right)$$

$$y = \frac{1}{2} \left(\sin \frac{\pi}{4} t + \sin \frac{\pi}{2} t \right)$$

と置換する。

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{\pi}{8} \left(\sin \frac{\pi}{4} t + 2 \sin \frac{\pi}{2} t \right) \text{ なる } 2''$$

$$S = \int_1^0 \frac{1}{2} \left(\sin \frac{\pi}{4} t + \sin \frac{\pi}{2} t \right) \left(-\frac{\pi}{8} \left(\sin \frac{\pi}{4} t + 2 \sin \frac{\pi}{2} t \right) \right) dt$$

$$= \frac{\pi}{16} \int_0^1 \left(\sin^2 \frac{\pi}{4} t + 2 \sin^2 \frac{\pi}{2} t + 3 \sin \frac{\pi}{2} t \sin \frac{\pi}{4} t \right) dt$$

$$= \frac{\pi}{16} \int_0^1 \left\{ \frac{1 - \cos \frac{\pi}{2} t}{2} + 1 - \cos \pi t + \frac{3}{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} t - \cos \frac{3\pi}{4} t \right) \right\} dt$$

$$= \frac{\pi}{16} \left[\frac{3}{2} t - \frac{1}{\pi} \sin \frac{\pi}{2} t - \frac{1}{\pi} \sin \pi t + \frac{6}{\pi} \sin \frac{\pi}{4} t - \frac{2}{\pi} \sin \frac{3\pi}{4} t \right]_0^1$$

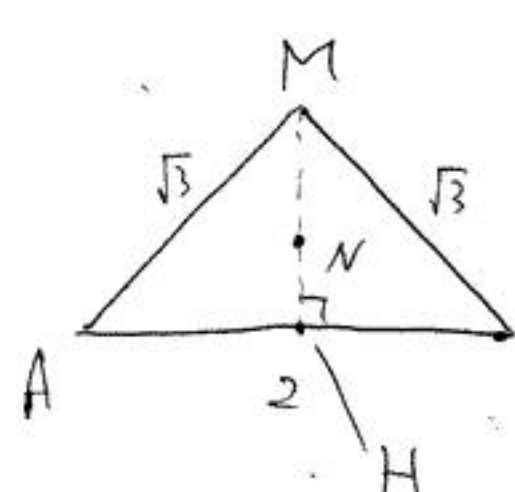
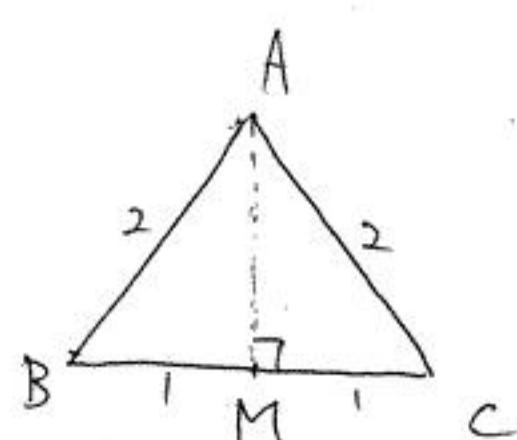
$$= \frac{3}{32} \pi - \frac{1}{16} + \frac{\sqrt{2}}{8}$$

[3] (1)

右図より $AM = \sqrt{3}$

DM も同様に $\sqrt{3}$ なの2

下図が書ける。



図のように H をおけば

三平方の定理より

$$MH = \sqrt{AM^2 - 1^2} = \sqrt{2}$$

$$\therefore \triangle AMD = 2 \times \sqrt{2} \times \frac{1}{2} = \sqrt{2}$$

また円Cの半径を r とおけば

$$\frac{1}{2} \times r \times (\sqrt{3} + \sqrt{3} + 2) = \sqrt{2} \quad \text{なの2}$$

$$r = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2}$$

(2) (1) の図より

$$MN = MH - NH$$

$$= \sqrt{2} - \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2}$$

$$= \frac{3\sqrt{2} - \sqrt{6}}{2}$$

(3) まず A の座標を求める。

$AB = AC$ より A の x 座標は 0 と

仮定する。 $A(0, y, z)$ とおく。

$AB = 2, AD = 2$ より

$$\begin{cases} 1 + y^2 + z^2 = 4 & \text{①} \\ (y - \sqrt{3})^2 + z^2 = 4 & \text{②} \end{cases}$$

$$(y - \sqrt{3})^2 + z^2 = 4 \quad \text{②}$$

$$\text{①} - \text{②} \text{ より } y = \frac{\sqrt{3}}{3}, z = \frac{2\sqrt{6}}{3}$$

より AD の中点 H の座標は

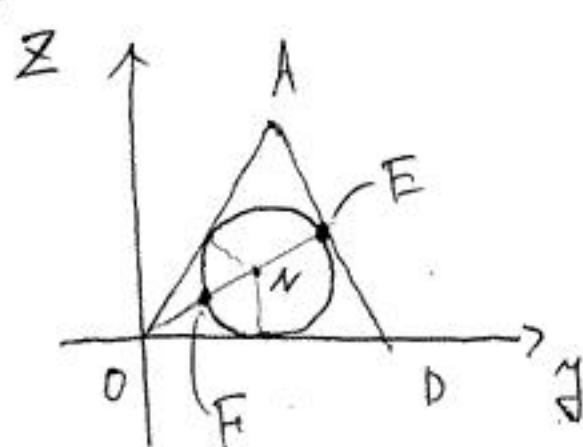
$$\left(0, \frac{2\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{6}}{3}\right)$$

$$\therefore \overrightarrow{MN} = \frac{|\overrightarrow{MN}|}{|\overrightarrow{MH}|} \cdot \overrightarrow{MH}$$

$$= \frac{\frac{3\sqrt{2} - \sqrt{6}}{2}}{\sqrt{2}} \overrightarrow{MH}$$

$$= \left(0, \sqrt{3} - 1, \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2}\right)$$

(4)



P の座標は、 $0 \leq \theta < 2\pi$ とし

$$P(0, y + r \cos \theta, z + r \sin \theta)$$

$$\left(\begin{aligned} &\text{ただし } y = \frac{\sqrt{3}}{3}, z = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2} \\ &r = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2} \end{aligned} \right)$$

とおく。

$$\overrightarrow{PB} \cdot \overrightarrow{PC} = \begin{pmatrix} -1 \\ -y - r \cos \theta \\ -z - r \sin \theta \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -y - r \cos \theta \\ -z - r \sin \theta \end{pmatrix}$$

$$= -1 + (y + r \cos \theta)^2 + (z + r \sin \theta)^2$$

波線部は $|\overrightarrow{OP}|^2$ と等しいの2、

$|\overrightarrow{OP}|^2$ について考えよう。

P が E の位置にあるとき $|\overrightarrow{OP}|^2$ は最大

P が F の位置にあるとき $|\overrightarrow{OP}|^2$ は最小

となる。その値は (1) の図より

$$\sqrt{2}, \left(\sqrt{2} - 2 \times \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2}\right)^2$$

すなわち 最大は 2 、最小は $13 - 8\sqrt{3}$

より $\overrightarrow{PB} \cdot \overrightarrow{PC}$ の最大値は 1

$\overrightarrow{PB} \cdot \overrightarrow{PC}$ の最小値は $13 - 8\sqrt{3}$