

J 1 数 学

この冊子は、数学の問題で 1 ページより 5 ページまであります。

〔注 意〕

- (1) 試験開始の指示があるまで、この冊子を開いてはいけません。
- (2) 受験番号等記入の指示があったら、直ちに解答用紙に志望学科・受験番号を記入しなさい。解答用マークシートには受験番号および氏名を記入し、さらに受験番号・志望学科をマークしなさい。
- (3) 解答は所定の解答用紙に記入したものおよび解答用マークシートにマークしたものだけが採点されます。
- (4) 解答用マークシートについて
 - ① 解答用マークシートは絶対に折り曲げてはいけません。
 - ② マークには黒鉛筆(HBまたはB)を使用しなさい。指定の黒鉛筆以外でマークした場合は採点されません。
 - ③ 誤ってマークした場合は消しゴムで丁寧に消し、消しくずを完全に取り除いた上、新たにマークし直しなさい。
 - ④ マークは横 1 行について 1 箇所に限ります。2 箇所以上マークすると採点されません。あいまいなマークは無効となるので、はっきりマークしなさい。
- (5) 試験開始の指示があったら、初めに問題冊子のページ数を確認しなさい。
- (6) 問題冊子は、試験終了後、持ち帰りなさい。

問題 1 の解答は解答用マークシートにマークしなさい。

1 次の (1), (2), (3) においては, のカタカナには 0 から 9 までの数字の 1 つが, 英文字 **p** には符号 + (プラス) または - (マイナス) の 1 つがあてはまる。その数字または符号を解答用マークシートにマークしなさい。与えられた枠数より少ない桁の数があてはまる場合は, 上位の桁を 0 とし, 右に詰めた数値としなさい。分数は既約分数とし, 値が整数の場合は分母を 1 としなさい。

(50 点)

(1) 複素数 z について考える。ただし, 以下において i は虚数単位である。

(a) z が実数 m を含む式

$$z^2 - (1+i)^2 = 6 + m\bar{z}$$

を満たし, さらに

$$\arg z = \frac{5\pi}{4}$$

であるとき, $m =$ ア $$ であり, $z =$ pイ $-$ ウ i である。

(b) $|z| = 1$ のとき, $|z - 2i|$ の最大値は エ であり, 最小値は オ である。

(c) $|z| \leq 1$ のとき, $|z + 1 + i|$ の最大値は $\sqrt{\text{カ}} + \text{キ}$ であり, 偏角 $\theta = \arg(z + 1 + i)$ の最大値は $\frac{\text{ク}}{\text{ケ}}\pi$ である。ただし, $0 \leq \theta < 2\pi$ とする。

右のページは白紙です。

- (2) 2つの駒を、それぞれ下図の5点A, B, C, D, Eのいずれかに置き、それぞれの駒を独立に、以下のルールにしたがって同時に移動させる試行を考える。

駒を隣り合う各点へ等しい確率で移動させる。例えば、点Aに置かれた駒は点B, D, Eへそれぞれ確率 $\frac{1}{3}$ で移動させ、点Eに置かれた駒は点A, B, C, Dへそれぞれ確率 $\frac{1}{4}$ で移動させる。

- (a) 1回の試行の後に2つの駒が同じ点にある確率を考える。その確率は、2つの駒が最初に置かれた点がAとCであるときは

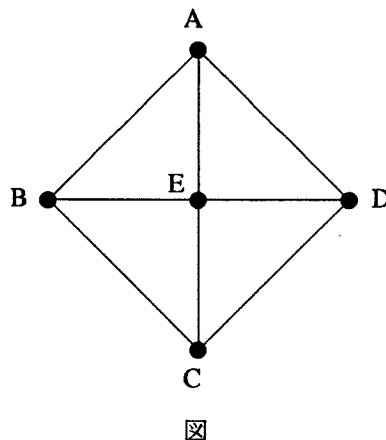
$\frac{\begin{array}{|c|} \hline \text{ア} \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|} \hline \text{イ} \\ \hline \end{array}}$ であり、AとEであるときは $\frac{\begin{array}{|c|} \hline \text{ウ} \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|} \hline \text{エ} \\ \hline \end{array}}$ であり、またAとBであるときは $\frac{\begin{array}{|c|} \hline \text{オ} \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|} \hline \text{カ} \\ \hline \end{array}}$ である。

- (b) この試行を2回続けた後に、2つの駒が初めて同じ点にある確率を考える。

その確率は、2つの駒が最初に置かれた点がAとCであるときは $\frac{\begin{array}{|c|} \hline \text{キ} \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|c|} \hline \text{ク} & \text{ケ} \\ \hline \end{array}}$ であり、AとEであるときは $\frac{\begin{array}{|c|} \hline \text{コ} \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|c|} \hline \text{サ} & \text{シ} \\ \hline \end{array}}$ である。

- (c) この試行を3回続けた後に、2つの駒が初めて同じ点にある確率を考える。

その確率は2つの駒が最初に置かれた点がAとCであるとき $\frac{\begin{array}{|c|} \hline \text{ス} \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|c|} \hline \text{セ} & \text{ソ} \\ \hline \end{array}}$ である。



右のページは白紙です。

- (3) 三角形 ABC の 3 つの内角を $\angle A = \alpha$, $\angle B = \beta$, $\angle C = \gamma$ とする。3 点 A, B, C が半径 $\sqrt{7}$ の円周上にあり, 式

$$1 + \cos 2\alpha = 3 \sin(\beta + \gamma)$$

が成り立つとき, 以下の問いに答えなさい。ただし, $AC \geq AB$ とする。

(a) $\sin \alpha = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ であり, $BC = \sqrt{\boxed{\text{ウ}}}$ である。

(b) 三角形 ABC の面積が $\frac{\sqrt{3}}{2}$ になるのは, $AC = \boxed{\text{エ}}\sqrt{\boxed{\text{オ}}}$, $AB = \boxed{\text{カ}}$ のときである。

(c) 三角形 ABC の面積が最大になるのは,

$$AC = \frac{\sqrt{\boxed{\text{キ}}\boxed{\text{ク}}}}{2} \left(\boxed{\text{ケ}} + \sqrt{\boxed{\text{コ}}} \right)$$

$$AB = \frac{\sqrt{\boxed{\text{サ}}\boxed{\text{シ}}}}{2} \left(\boxed{\text{ス}} + \sqrt{\boxed{\text{セ}}} \right)$$

のときである。

右のページは白紙です。

問題 **2**, **3** の解答は解答用紙に記入しなさい。

2

(25 点)

(1) 不定積分 $\int e^{\sqrt[3]{x}} dx$ を求めなさい。ただし、 e は自然対数の底であり、 $e^{\sqrt[3]{x}}$ の指数 $\sqrt[3]{x}$ は x の 3 乗根である。

(2) 行列 $A = \begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix}$ が $A \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} A$ を満たすとき、以下の問いに答えなさい。

(a) r, s を p, q で表しなさい。

(b) $A^2 = A$ のとき、 A を求めなさい。

右のページは白紙です。

3

原点を O とする xy 平面において、直線 $L: y = x + m$ が楕円 $C: x^2 + \frac{y^2}{3} = 1$ と異なる 2 点 A, B で交わるとき、以下の問いに答えなさい。

(25 点)

- (1) 定数 m がとりうる値の範囲を求めなさい。
- (2) 三角形 OAB の面積を m で表しなさい。また、 m が変化するとき、三角形 OAB の面積の最大値を求めなさい。
- (3) 直線 $y = x$ に関して対称な 2 点が楕円 C 上に存在する。この 2 点の座標を求めなさい。
- (4) 直線 L に関して対称な 2 点が楕円 C 上に存在するとき、定数 m がとりうる値の範囲を求めなさい。