

C 1 数 学

この冊子は、数学の問題で 1 ページより 5 ページまであります。

〔注 意〕

- (1) 試験開始の指示があるまで、この冊子を開いてはいけません。
- (2) 受験番号等記入の指示があったら、直ちに解答用紙に志望学科・受験番号を記入しなさい。解答用マークシートには受験番号および氏名を記入し、さらに受験番号・志望学科をマークしなさい。
- (3) 解答は所定の解答用紙に記入したものおよび解答用マークシートにマークしたものだけが採点されます。
- (4) 解答用マークシートについて
 - ① 解答用マークシートは絶対に折り曲げてはいけません。
 - ② マークには黒鉛筆(HBまたはB)を使用しなさい。指定の黒鉛筆以外でマークした場合は採点されません。
 - ③ 誤ってマークした場合は消しゴムで丁寧に消し、消しくずを完全に取り除いた上、新たにマークし直しなさい。
 - ④ マークは横 1 行について 1 箇所に限ります。2 箇所以上マークすると採点されません。あいまいなマークは無効となるので、はっきりマークしなさい。
- (5) 試験開始の指示があったら、初めに問題冊子のページ数を確認しなさい。
- (6) 問題冊子は、試験終了後、持ち帰りなさい。

問題 1 の解答は解答用マークシートにマークしなさい。

1 次の文章中の ア から モ までに当てはまる数字 0～9 を求めて、解答用マークシートの指定された欄にマークしなさい。ただし、分数は既約分数として表しなさい。

(40 点)

(1) 2 次方程式 $2x^2 - x + a = 0$ の 2 つの解が $\sin \theta, \cos \theta$ であるとき、

$$\sin \theta + \cos \theta = \frac{\text{ア}}{\text{イ}} \text{ であり, } a = -\frac{\text{ウ}}{\text{エ}}, \sin 2\theta = -\frac{\text{オ}}{\text{カ}} \text{ である。}$$

$$\text{これより, } \cos 4\theta = -\frac{\text{キ}}{\text{ク}} \text{ となる。}$$

右のページは白紙です。

(2) 平面上に $\triangle ABC$ と、その内部に点 O があり、

$$5\overrightarrow{OA} + 4\overrightarrow{OB} + 3\overrightarrow{OC} = \vec{0}$$

を満たしているとする。 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とおくと、

$$\vec{a} = -\frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}\vec{b} - \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}\vec{c}$$

となる。実数 k に対して、 $\overrightarrow{OD} = -k\vec{a}$ となる点 D が線分 BC 上にあるのは

$k = \frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}$ のときである。このとき、 $OA : OD = 1 : \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$ であるから、

$\triangle OBC = \frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}} \cdot \boxed{\text{テ}}}\triangle ABC$ となる。さらに

$$\triangle OAB : \triangle OBC : \triangle OCA = \boxed{\text{ト}} : \boxed{\text{ナ}} : \boxed{\text{ニ}}$$

であることがわかる。

右のページは白紙です。

(3)

$$(a+bi)(c+di)=4+3i \quad \dots\dots (*)$$

となる整数の組 (a,b,c,d) を考える。ただし、 i は虚数単位である。

- (a) $4+3i$ の絶対値の 2 乗は

ヌ	ネ
---	---

 である。
- (b) $(*)$ を満たす (a,b,c,d) のうち、 $a^2+b^2=1$ であるものは

ノ

 組ある。
- (c) $(*)$ を満たす (a,b,c,d) のうち、 $1 < a^2+b^2 < 10$ かつ $a \geq 0$ であるものは、

ハ

,

ヒ

,

フ

, $-\langle$

ヘ

 $\rangle$ と

ホ

, $-\langle$

マ

,

ミ

,

ム

 $\rangle$ である。
- (d) $(*)$ を満たす (a,b,c,d) は、全部で

メ	モ
---	---

 組ある。

右のページは白紙です。

問題 2, 3 の解答は解答用紙に記入しなさい。

2 xy 平面において、放物線 $C: y = x^2 + ax + b$ (a, b は実数) の頂点を $P(p, q)$ とし、 C についての次の 2 つの条件を考える。

(*) C は直線 $y = 2x$ と異なる 2 点で交わり、その 2 点間の距離は 4 である。

(**) C と y 軸との交点の y 座標は負である。

(1) a および b を、 p と q を用いて表せ。

(2) C が条件 (*) を満たすように実数 a, b を変化させるとき、点 P の軌跡を求めよ。

(3) C が条件 (*) と (**) を満たすように実数 a, b を変化させるものとする。

(a) P の x 座標 p が取り得る値の範囲を求めよ。

(b) P と点 $(-1, 0)$ との距離の最小値が存在するかどうか調べよ。存在する場合は、最小値を与える P の座標 (p, q) を求めよ。

(30 点)

右のページは白紙です。

3 a は正の定数として、 xy 平面における曲線 $C: y = \frac{1}{a} \log(x+1)$ を考える。ただし、対数は自然対数である。

C 上の点 $(t, \frac{1}{a} \log(t+1))$ ($0 < t < a$) における C の接線と 2 直線 $x=0, x=a$ との交点をそれぞれ P, Q とおく。そのとき、線分 PQ と x 軸、および 2 直線 $x=0, x=a$ とで囲まれた台形の面積を S とする。また、線分 PQ と曲線 C 、および 2 直線 $x=0, x=a$ とで囲まれた部分の面積を T とする。

(1) t が $0 < t < a$ の範囲を動くとき、 S を最小にする t の値、および S の最小値を求めよ。

(2) t が $0 < t < a$ の範囲を動くときの T の最小値を m とおく。

(a) m を求めよ。

(b) $a \rightarrow \infty$ のときの m の極限值を求めよ。必要ならば、 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log x}{x} = 0$ であることを用いてもよい。

(30 点)

右のページは白紙です。