

P 1 数 学

この冊子は、数学の問題で 1 ページより 3 ページまであります。

〔注 意〕

- (1) 試験開始の指示があるまで、この冊子を開いてはいけません。
- (2) 受験番号等記入の指示があったら、直ちに解答用紙に志望学科・受験番号を記入
しなさい。
- (3) 解答は所定の解答用紙に記入したものが採点されます。
- (4) 試験開始の指示があったら、初めに問題冊子のページ数を確認しなさい。
- (5) 問題冊子は、試験終了後、持ち帰りなさい。

1この問題の解答は **1** の解答用紙に記入しなさい。

(40 点)

関数 $f(x) = xe^{-2x}$ について、次の問いに答えなさい。ただし、 e は自然対数の底である。

(1) $f(a) = f(b), b = 3a, a \neq 0$ を満たす a, b を求めなさい。

(2) a, b は (1) で求めたものとする。定積分

$$\int_a^b f(x) dx$$

を求めなさい。

右のページは白紙です。

2この問題の解答は **2** の解答用紙に記入しなさい。

(30 点)

座標平面において、中心が原点である単位円 C_1 と、中心が x 軸より上にあつて x 軸と点 $(a, 0)$ で接している半径 r (ただし、 $r > \frac{1}{2}$) の円 C_2 があり、これらが異なる 2 点で交わっている。2 つの交点を結ぶ線分の中点を P として、次の問いに答えなさい。

- (1) 2 つの交点を通る直線の方程式を求めなさい。
- (2) a の範囲を r を用いて表しなさい。
- (3) 点 P の座標を a, r で表しなさい。
- (4) $r = 1$ とする。 a が (2) で求めた範囲を動くとき、点 P の作る図形を求めなさい。

右のページは白紙です。

3この問題の解答は **3** の解答用紙に記入しなさい。

(30 点)

数直線上において異なる 2 点 A, B をとる。点 A に玉を置き、次の操作を繰り返すことにする。ただし、 p は定数で $0 < p < 1$ とする。

「玉を A から B に、または、 B から A に確率 p で移動させ、確率 $1 - p$ でそのままの状態にしておく。」

n 回の操作を終えたとき、玉が A, B それぞれに置かれている確率を a_n, b_n とする。

- (1) a_1, b_1 を求めなさい。また、 n を正の整数とすると、 a_{n+1}, b_{n+1} それぞれを p と a_n, b_n で表しなさい。
- (2) $x_n = a_n - b_n, n = 1, 2, 3, \dots$ とするとき、 x_n と x_{n+1} との関係をもとめなさい。
- (3) a_n, b_n それぞれを n と p を用いて表しなさい。

右のページは白紙です。