

番号	ア	イ	ウ	エ	オ	カ
答	7	1	5	6	4	2
番号	キ	ク	ケ	コ	サ	シ
答	3	2	5	6	5	7
番号	ス	セ	ソ	タ	チ	ツ
答	2	1	2	5	2	2
番号	テ	ト	ナ	ニ	ヌ	ネ
答	1	2	1	1	0	4
番号	ノ	ハ	ヒ	フ	ヘ	
答	1	0	3	7	5	

(1) $\triangle ABC$ 17.

$$AB = BC = 1$$

なる2等辺3角形であるよ.

$$AC = 2 \cos \theta$$

さ7.

$$\angle ACD = \varphi \quad (0 < \varphi < \pi - \theta)$$

とおく. この時.

$$\begin{aligned}
 \triangle ACD &= \frac{1}{2} \cdot AC \cdot CD \sin \varphi \\
 &= \frac{1}{2} \cdot 2 \cos \theta \cdot 1 \sin \varphi \\
 &\leq \cos \theta \cdot \sin \frac{\pi}{2} \quad \text{---- ①} \\
 &= \cos \theta \quad \text{---- 答}
 \end{aligned}$$

等号成立 17.

$$\varphi = \frac{\pi}{2} \quad \text{---- 答}$$

の時である. これは. $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ より実現可能である.(2)(a) $S = \triangle ABC + \triangle ACD$

$$= \frac{1}{2} \cdot 2 \cos \theta \cdot 1 \cdot \sin \theta + \frac{1}{2} \cdot 2 \cos \theta \cdot 1 \cdot \sin \varphi$$

$$= \cos \theta (\sin \theta + \sin \varphi)$$

$$\leq \cos \theta (\sin \theta + \sin \frac{\pi}{2}) \quad \therefore (1)$$

$$= \cos \theta (\sin \theta + 1)$$

以下 7-17.

$$f(\theta) = \cos \theta (\sin \theta + 1) \quad (0 < \theta < \frac{\pi}{2})$$

の増減を調べる.

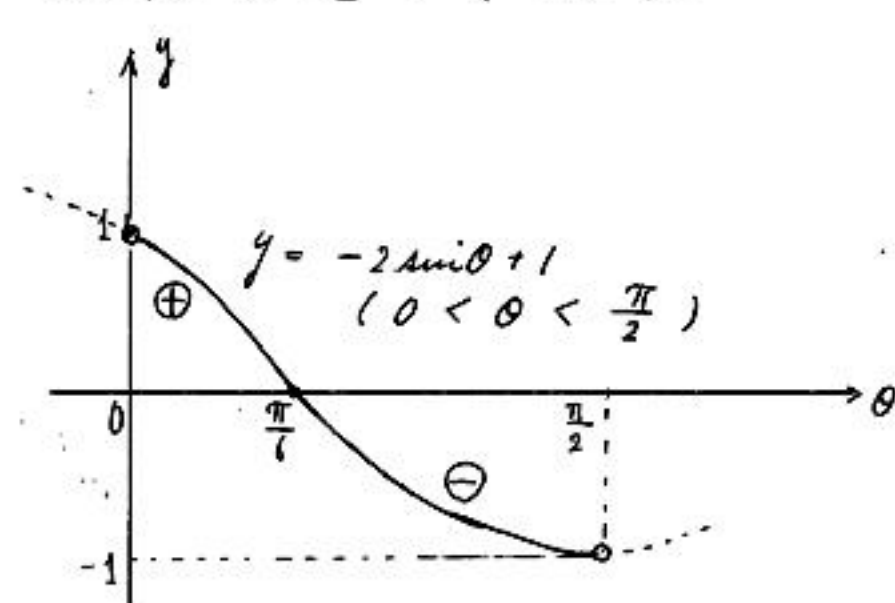
$$\begin{aligned}
 f'(\theta) &= -\sin \theta (\sin \theta + 1) + \cos^2 \theta \\
 &= -\sin \theta (\sin \theta + 1) + 1 - \sin^2 \theta \\
 &= -2 \sin^2 \theta - \sin \theta + 1 \\
 &= (-2 \sin \theta + 1)(\sin \theta + 1)
 \end{aligned}$$

よ. 7.

$$\begin{aligned}
 f'(\theta) = 0 &\Leftrightarrow (-2 \sin \theta + 1)(\sin \theta + 1) = 0 \\
 &\Leftrightarrow \sin \theta = \frac{1}{2} \quad \because \left[\begin{array}{l} 0 < \theta < \frac{\pi}{2} \\ \Rightarrow \sin \theta + 1 > 0 \end{array} \right] \\
 &\Leftrightarrow \theta = \frac{\pi}{6}
 \end{aligned}$$

$f'(\theta)$ の符号は $-2 \sin \theta + 1$ の符号と一致することと. $-2 \sin \theta + 1$ は. $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ で単調減少関数であることに注意すると. $f(\theta)$ の増減表

は. 次の通りである.



θ	(0)	----	$\frac{\pi}{6}$	----	$(\frac{\pi}{2})$
$f'(\theta)$		+	0	-	
$f(\theta)$	1	↗	$\frac{3}{4}\sqrt{3}$	↘	0

極大

よ. 7.

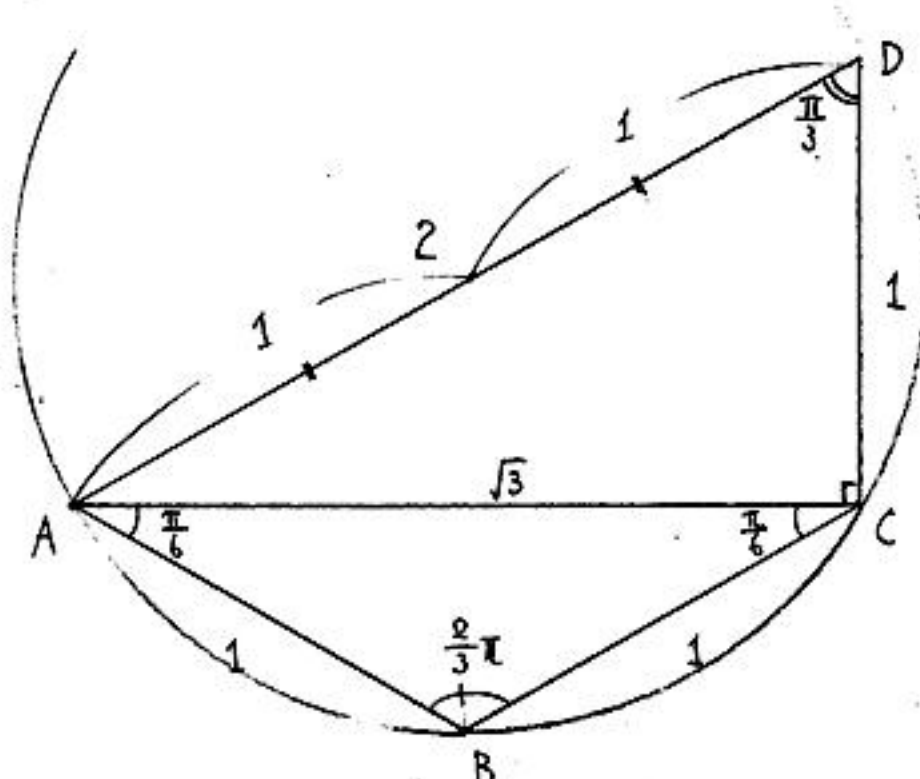
$$0 < \theta < \frac{\pi}{2} \Rightarrow 0 < f(\theta) < \frac{3}{4}\sqrt{3}$$

17から7. S が最大となるのは.

$$\theta = \frac{\pi}{6} \quad \text{---- 答}$$

の時 7. S の最大値は.

$$\frac{3}{4}\sqrt{3} \quad \text{---- 答}$$

(b) S が最大となる時. 4角形 $ABCD$ は. 下図のようになる.

17から7.

$$\angle ABC + \angle CDA = \pi$$

 $\Rightarrow \triangle ABCD$ は. 円に内接する. //

また.

$\angle ACD = \frac{\pi}{2}$ と円周角の定理の逆より. AD の中点が. 4角形 $ABCD$ の内接円の中心となり. 7-17その半径は.

$$\frac{1}{2} \quad \text{---- 答}$$

と7-17.

$$(1) \text{円 } C : x^2 + y^2 - 2ay + b = 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

① か、(1, 1) を通るのて

$$1^2 + 1^2 - 2a \cdot 1 + b = 0$$

$$\Leftrightarrow b = 2a - 2 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

よて、① ② より b を消去して

$$x^2 + y^2 - 2ay + 2a - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + (y - a)^2 = a^2 - 2a + 2 \quad \cdots \cdots \textcircled{3}$$

よて、

$$r = \sqrt{a^2 - 2a + 2} \quad \cdots \cdots \textcircled{4}$$

$$(2) \text{放物線 } P : y = x^2 \quad \cdots \cdots \textcircled{5}$$

② ④ の交点の y 座標について調べる。② ④ より x を消去して

$$y + y^2 - 2ay + 2a - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow y^2 + (1 - 2a)y + 2a - 2 = 0 \quad \cdots \cdots (*)$$

1 次から、

“② と ④ の共有点が領域: $0 < y < 1$ に存在しない。”

$\Leftrightarrow$ “ y の方程式 (*) に、 $0 < y < 1$ を満たす実数解が存在しない。”

$$\Leftrightarrow \text{関数: } f(y) = y^2 + (1 - 2a)y + 2a - 2 = \left\{ y + \left(\frac{1 - 2a}{2} \right) \right\}^2 + \frac{-4a^2 + 12a + 9}{4}$$

に、 $0 < y < 1$ に実根が存在しない。

$$\Leftrightarrow \begin{cases} f(0) \geq 0 \\ -\left(\frac{1 - 2a}{2} \right) \geq 1 \end{cases} \quad \text{または} \quad \begin{cases} f(0) \leq 0 \\ -\left(\frac{1 - 2a}{2} \right) \leq 1 \end{cases}$$

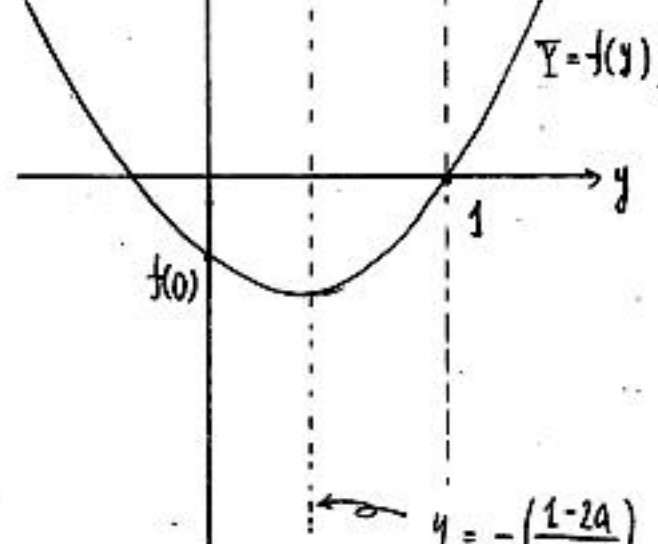
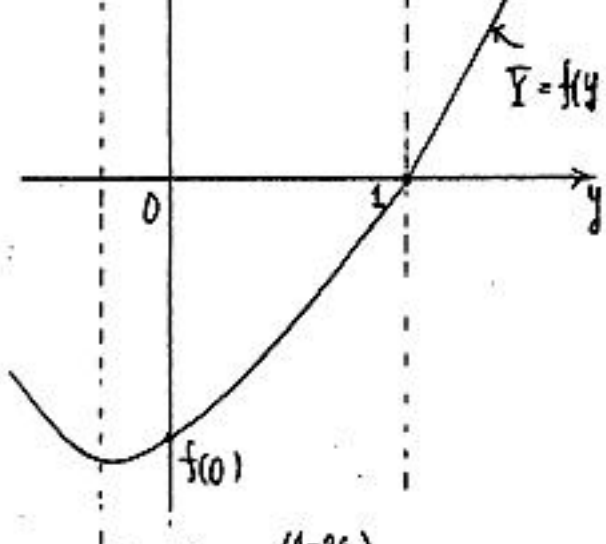
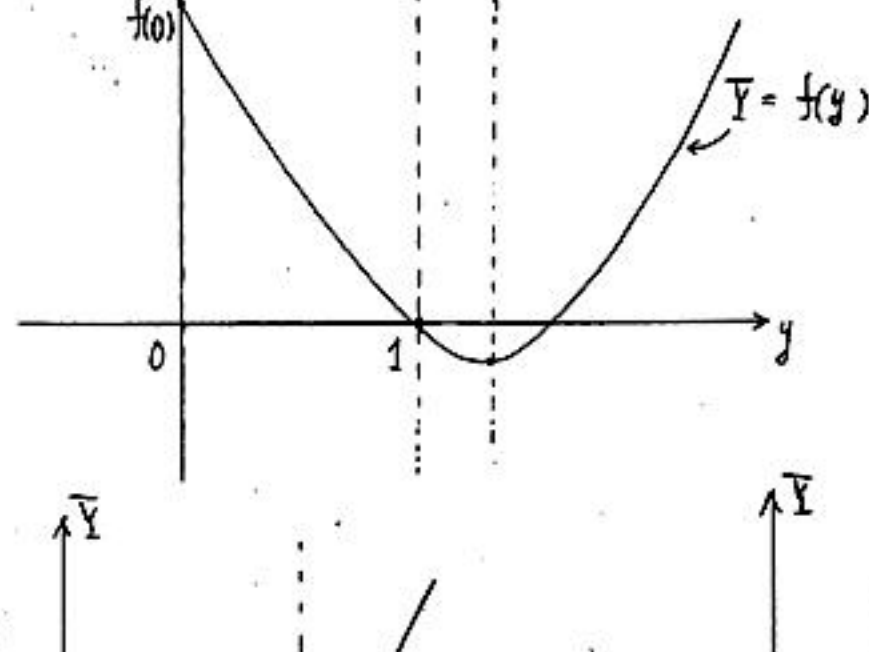
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2a - 2 \geq 0 \\ 1 - 2a \leq -2 \end{cases} \quad \text{または} \quad \begin{cases} 2a - 2 \leq 0 \\ 1 - 2a \geq -2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a \geq 1 \\ \frac{3}{2} \leq a \end{cases} \quad \text{または} \quad \begin{cases} a \leq 1 \\ \frac{3}{2} \geq a \end{cases}$$

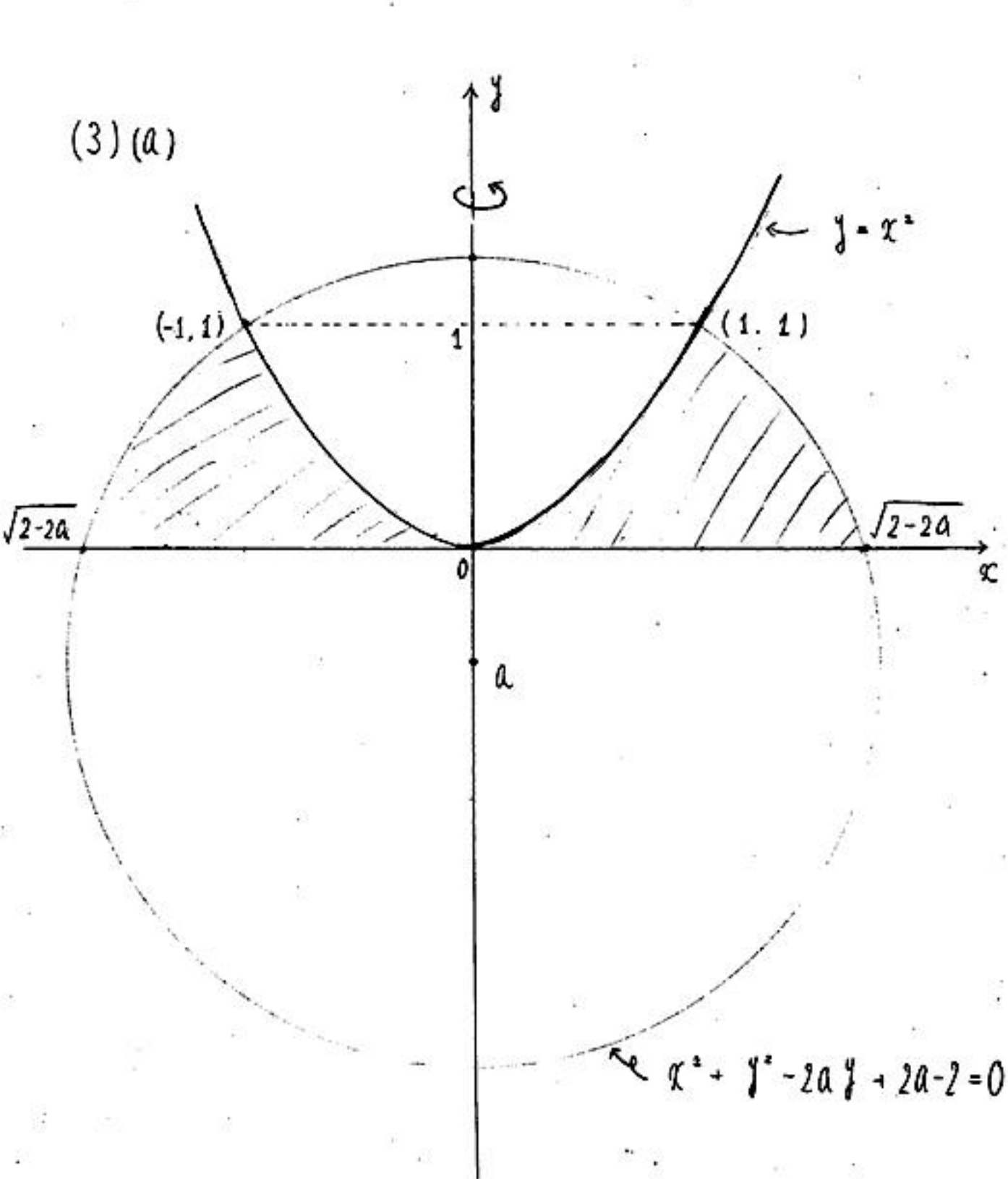
$$\Leftrightarrow a \leq 1 \quad \text{または} \quad \frac{3}{2} \leq a$$

よて、求める a , t は

$$\begin{cases} a = 1 \\ t = \frac{3}{2} \end{cases} \quad \cdots \cdots \textcircled{答}$$



(3)(a)

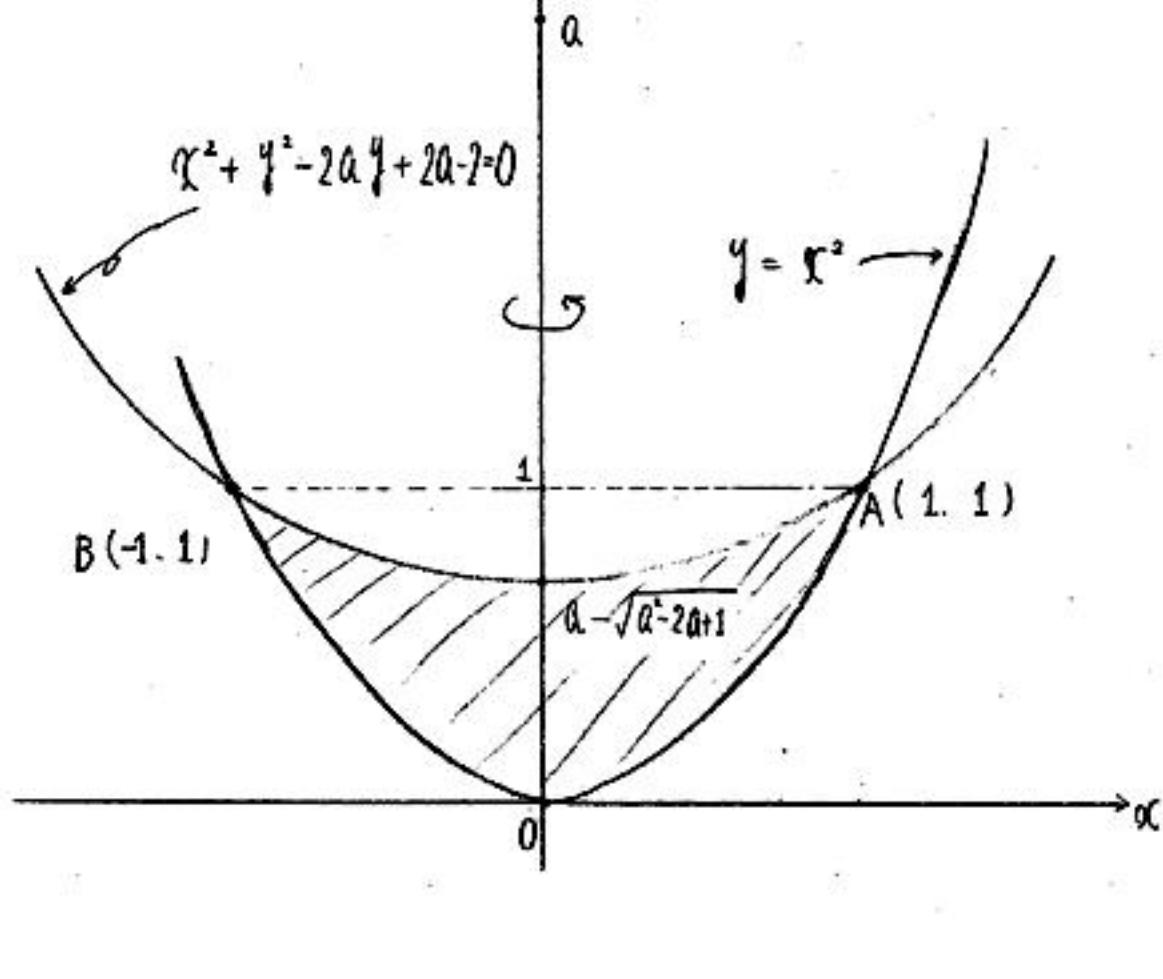


上図より

$$V(a) = \text{Volume of the solid formed by rotating the shaded region around the y-axis}$$

$$\begin{aligned} &= \pi \int_0^1 (-y^2 + 2ay - 2a + 2) dy - \pi \int_0^1 y dy \\ &= \pi \left[-\frac{1}{3} y^3 + ay^2 + (-2a + 2)y \right]_0^1 - \pi \left[\frac{1}{2} y^2 \right]_0^1 \\ &= \pi \left\{ -\frac{1}{3} + a + (-2a + 2) \right\} - \frac{1}{2} \pi \\ &= \pi \left(\frac{7}{6} - a \right) \quad \cdots \cdots \textcircled{答} \end{aligned}$$

(b)



円 C は a の値に関する $A(1, 1)$ と $B(-1, 1)$ を通る。 a が大きくなるにつれ両端が A と B である円 C の劣弧は、線分 AB に近づく。よて、

$$\lim_{a \rightarrow +\infty} V(a) = \text{Volume of the solid formed by rotating the line segment AB around the y-axis}$$

$$\begin{aligned} &= \pi \int_0^1 y dy \\ &= \pi \left[\frac{1}{2} y^2 \right]_0^1 \\ &= \frac{\pi}{2} \quad \cdots \cdots \textcircled{答} \end{aligned}$$