

J 1 数 学

この冊子は、数学の問題で 1 ページより 5 ページまであります。

〔注 意〕

- (1) 試験開始の指示があるまで、この冊子を開いてはいけません。
- (2) 受験番号等記入の指示があったら、直ちに解答用紙に志望学科・受験番号を記入しなさい。解答用マークシートには受験番号および氏名を記入し、さらに受験番号・志望学科をマークしなさい。
- (3) 解答は所定の解答用紙に記入したものおよび解答用マークシートにマークしたものだけが採点されます。
- (4) 解答用マークシートについて
 - ① 解答用マークシートは絶対に折り曲げてはいけません。
 - ② マークには黒鉛筆(HBまたはB)を使用しなさい。指定の黒鉛筆以外でマークした場合は採点されません。
 - ③ 誤ってマークした場合は消しゴムで丁寧に消し、消しくずを完全に取り除いた上、新たにマークしなさい。
 - ④ マークは横 1 行について 1 箇所に限ります。2 箇所以上マークすると採点されません。あいまいなマークは無効となるので、はっきりマークしなさい。
- (5) 試験開始の指示があったら、初めに問題冊子のページ数を確認しなさい。
- (6) 問題冊子は、試験終了後、持ち帰りなさい。

問題 1 の解答は解答用マークシートにマークしなさい。

1 次の文章中の ア から へ までに当てはまる数字 0 ~ 9 を求めて、解答用マークシートの指定された欄にマークしなさい。ただし、分数は既約分数として表しなさい。

(40 点)

(1)

(a) 不等式

$$\log_2(x-3) + \log_2(x-5) < 3$$

の解は、

$$\boxed{\text{ア}} < x < \boxed{\text{イ}}$$

である。

(b) $-\pi \leq \theta < \pi$ の範囲で不等式

$$\cos \theta + \sin \left(\theta + \frac{\pi}{6} \right) > 0$$

の解は、

$$-\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}} \pi < \theta < \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}} \pi$$

である。

右のページは白紙です。

(2) 定積分

$$I = \int_0^1 \frac{3x^4 + 8x^3}{x^2 + 1} dx$$

の値を計算する。

整式 $3x^4 + 8x^3$ を整式 $x^2 + 1$ で割ることにより、

$$3x^4 + 8x^3 = \left(\boxed{\text{キ}} x^2 + \boxed{\text{ク}} x - \boxed{\text{ケ}} \right) (x^2 + 1) - \boxed{\text{コ}} x + \boxed{\text{サ}}$$

が得られる。さらに、

$$\int_0^1 \left(\boxed{\text{キ}} x^2 + \boxed{\text{ク}} x - \boxed{\text{ケ}} \right) dx = \boxed{\text{シ}}$$

$$\int_0^1 \frac{x}{x^2 + 1} dx = \frac{\log \boxed{\text{ス}}}{2}$$

であり、また、 $x = \tan \theta$ において置換積分をすることにより、

$$\int_0^1 \frac{1}{x^2 + 1} dx = \frac{\pi}{\boxed{\text{セ}}}$$

が得られる。よって、

$$I = \boxed{\text{ソ}} - \boxed{\text{タ}} \log \boxed{\text{チ}} + \frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}} \pi$$

となる。

右のページは白紙です。

(3)

(a) 2つのさいころを投げるとき、目の和が6以下となる確率は

ト
ナニ

である。

(b) A君はさいころを2つ投げ、B君はさいころを1つ投げる。A君の投げたさいころの目の和がB君の投げたさいころの目となる確率は、

ヌ
ネノ

で

ある。

(c) さいころを3つ投げるとき、どのさいころの目も残りの2個のさいころの目の和とならない確率は、

ハ	ヒ
フ	ヘ

である。

右のページは白紙です。

問題 2 , 3 の解答は解答用紙に記入しなさい。

2 定数 a, b に対して、関数 $f(x), g(x)$ を

$$f(x) = a \log x + b \quad (x > 0), \quad g(x) = \frac{x^2}{a} + x$$

により定義する。ただし、 $a > 0$ とする。

- (1) $h(x) = f(x) - g(x)$ ($x > 0$) とおく。 $h'(x) = 0$ となる x を、 a を用いて表せ。
ここで、 $h'(x)$ は $h(x)$ の導関数である。
- (2) 2つの曲線 $y = f(x)$ と $y = g(x)$ が共有点をもつ b の範囲を、 a を用いて表せ。
- (3) 次の条件を満たす b を考える。

条件： a がどのような正の定数であっても、2つの曲線 $y = f(x)$ と $y = g(x)$ は共有点をもつ。

このような b のうち、最小のものを求めよ。

(30 点)

右のページは白紙です。

3

関数 $f(x)$ を

$$f(x) = \frac{1}{5x+1} \quad (x > 0)$$

と定める。数列 $a_1, a_2, a_3, \dots$ を,

$$a_1 = 1, \quad a_1 < a_2 < a_3 < \dots$$

$$\int_{a_j}^{a_{j+1}} f(x) dx = \frac{\log 6}{5}, \quad j = 1, 2, 3, \dots$$

を満たすようにとり,

$$b_j = f(a_j), \quad j = 1, 2, 3, \dots$$

とおく。また、各 $j = 1, 2, 3, \dots$ に対して、点 $(a_{j+1}, 0)$ から曲線 $y = f(x)$ へひいた接線の接点を $P_j(x_j, y_j)$ で表し、3点 $(a_{j+1}, 0)$, $(x_j, 0)$, P_j を頂点とする三角形を x 軸のまわりに1回転してできる円錐の体積を V_j とおく。

- (1) $\frac{b_j}{b_{j+1}}$ の値を求めよ。
- (2) $\frac{y_j}{b_{j+1}}$ の値を求めよ。
- (3) V_j の値を求めよ。
- (4) 無限級数

$$V_1 + V_2 + V_3 + \dots$$

の和を求めよ。

(30 点)

右のページは白紙です。