

P 1 数 学

この冊子は、数学の問題で 1 ページより 5 ページまであります。

[注 意]

- (1) 試験開始の指示があるまで、この冊子を開いてはいけません。
- (2) 受験番号等記入の指示があったら、直ちに解答用紙に志望学科・受験番号を記入しなさい。解答用マークシートには受験番号および氏名を記入し、さらに受験番号・志望学科をマークしなさい。
- (3) 解答は所定の解答用紙に記入したものおよび解答用マークシートにマークしたものだけが採点されます。
- (4) 解答用マークシートについて
 - ① 解答用マークシートは絶対に折り曲げてはいけません。
 - ② マークには黒鉛筆(HBまたはB)を使用しなさい。指定の黒鉛筆以外でマークした場合は採点されません。
 - ③ 誤ってマークした場合は消しゴムで丁寧に消し、消しくずを完全に取り除いた上、新たにマークしなさい。
 - ④ マークは横 1 行について 1 箇所に限ります。2 箇所以上マークすると採点されません。あいまいなマークは無効となるので、はっきりマークしなさい。
- (5) 試験開始の指示があったら、初めに問題冊子のページ数を確認しなさい。
- (6) 問題冊子は、試験終了後、持ち帰りなさい。

問題 1 の解答は解答用マークシートにマークしなさい。

1 次の文章中の ア から ヤ までに当てはまる数字0～9を求めて、解答用マークシートの指定された欄にマークしなさい。ただし、分数は既約分数として表しなさい。(40点)

(1) k を定数とし、2次関数 $y = x^2 - 2kx + 2k + 3$ のグラフを C とする。

(a) C と x 軸が、異なる2点で交わるような k の値の範囲は、 $k < -$ ア ,
 $k >$ イ である。

(b) C が、 x 軸の $-2 < x < 4$ の部分と、異なる2点で交わるような k の値の範囲は、 $-\frac{\text{ウ}}{\text{エ}} < k < -$ オ , カ $< k < \frac{\text{キク}}{\text{ケ}}$ である。

(c) C が、 x 軸の $-2 < x < 4$ の部分と、1点のみで交わるような k の値の範囲は、 $k \leq -\frac{\text{コ}}{\text{サ}}$, $k \geq \frac{\text{シス}}{\text{セ}}$ である。ただし、 C が x 軸と接する場合は考えない。

右のページは白紙です。

- (2) 大小2つのさいころを同時に投げて、大きいさいころの出た目の数を m ，小さいさいころの出た目の数を n とする。このとき，方程式

$$x^2 + y^2 - 2mx - 2ny + 40 = 0 \quad \cdots \cdots (*)$$

を考える。

- (a) $m^2 + n^2 \geq 40$ となる m, n の組は，

ソ	タ
---	---

 通りある。

- (b) xy 平面において，方程式 (*) が，1 点を表す確率は $\frac{\text{チ}}{\text{ツ テ}}$ であり，円

を表す確率は $\frac{\text{ト}}{\text{ナ ニ}}$ である。

- (c) xy 平面において，方程式 (*) が，点 (2, 3) を内部に含む円を表す確率は，

$\frac{\text{ヌ}}{\text{ネ ノ}}$ である。ただし，円の内部とは境界線を含まないものとする。

右のページは白紙です。

(3) x を実数として、関数 $f(x) = [x] + [2(x - [x])]$ を考える。ただし、実数 x に対して $[x]$ は、 $n \leq x$ となるような最大の整数 n を表す。

(a) $f(3.4) = \boxed{\text{ハ}}$, $f(3.7) = \boxed{\text{ヒ}}$ である。

(b) $f(x) = 3$ を満たす x の値の範囲は、 $\boxed{\text{フ}}.\boxed{\text{ヘ}} \leq x < \boxed{\text{ホ}}.\boxed{\text{マ}}$ である。

(c) $f(x) + f(2x) = 10$ を満たす x の値の範囲は

$$\boxed{\text{ミ}}.\boxed{\text{ム}}.\boxed{\text{メ}} \leq x < \boxed{\text{モ}}.\boxed{\text{ヤ}}$$

である。

右のページは白紙です。

問題 2, 3 の解答は解答用紙に記入しなさい。

2 a を正の定数とする。 O を原点とする座標平面において、点 $A(0, a)$ をとり、線分 OA を直径とする円を C とする。点 A における円 C の接線上に点 $P(t, a)$ ($t \geq 0$) をとり、 $\angle AOP = \theta$ ($0 \leq \theta < \frac{\pi}{2}$) とおく。直線 OP と円 C との交点のうち、原点以外の点を Q とし、点 Q を通り x 軸に平行な直線と、点 P を通り y 軸に平行な直線との交点を R とする。ただし、 $t = 0$ のときは、 $P = Q = R = A$ とする。

(30 点)

- (1) t と θ の間の関係式を求めよ。
- (2) 点 Q の座標を、 a と θ で表せ。また、 Q の座標を、 a と t で表せ。
- (3) θ が $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}$ の範囲を動くとき、点 R の軌跡を表す方程式を求めよ。
- (4) θ が $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}$ の範囲を動くとき、線分 QR (両端を含む) が通過する点の領域 D を図示し、 D の面積 S を求めよ。ただし、 $\theta = 0$ のときは、線分 QR は 1 点 A を表すとする。

右のページは白紙です。

3 O を原点とする座標平面において、曲線 $C: y = -x^2 + 4$ ($0 < x < 2$) を考える。 C 上の点 $P(a, -a^2 + 4)$ ($0 < a < 2$) における C の法線を ℓ とする。ただし、 P における C の法線とは、 P における C の接線と点 P で直交する直線のことである。さらに、 ℓ 上に $PQ = 1$ となるような点 Q をとる (そのような点は 2 つあるが、そのうちのどちらをとってもよい)。(30 点)

- (1) 直線 ℓ の方程式を求めよ。
- (2) 原点 O と直線 ℓ の距離 d を a で表せ。また、 d が 0 となる a の値を求めよ。
- (3) 3 点 O, P, Q が三角形をなすように点 P が C 上を動くとき、 $\triangle OPQ$ の面積の最大値を求めよ。また、そのときの a の値を求めよ。

右のページは白紙です。