

1

(1)

ア	2
イ	3
ウ	1
エ	2
オカキ	4,15

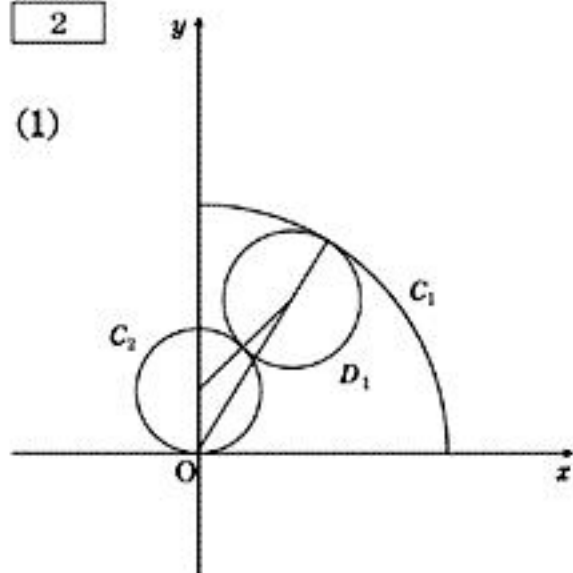
(2)

ク	3
ケ	1
コサ	5,4
シス	1,4

(3)

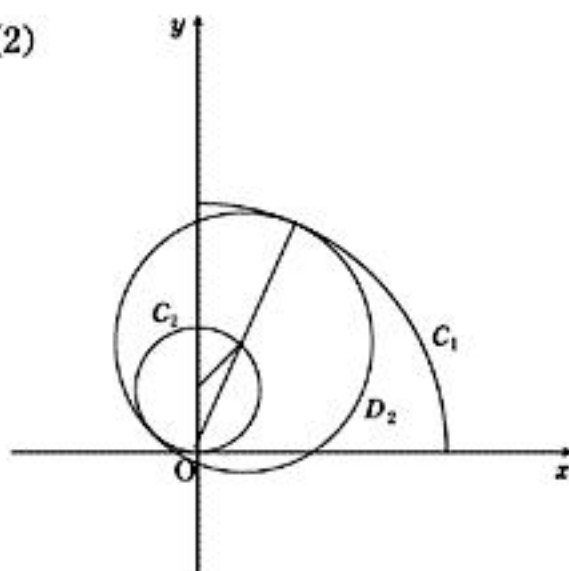
セソタチ	4,7,3,8
ツテトナニ	5,2,5,7,4

(1)



$$\begin{aligned}\left(2-r_1+\frac{1}{2}\right)^2 &= r_1^2 + \frac{1}{4} - 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot r_1 \sin \theta \\ \frac{25}{4} - 5r_1 + r_1^2 &= r_1^2 + \frac{1}{4} - r_1 \sin \theta \\ r_1(\sin \theta - 5) &= -\frac{24}{4} \\ r_1 &= \frac{6}{5 - \sin \theta}\end{aligned}$$

(2)



$$\begin{aligned}\left(2-r_2-\frac{1}{2}\right)^2 &= r_2^2 + \frac{1}{4} - 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot r_2 \sin \theta \\ \frac{9}{4} - 3r_2 + r_2^2 &= r_2^2 + \frac{1}{4} - r_2 \sin \theta \\ r_2(\sin \theta - 3) &= -\frac{8}{4} \\ r_2 &= \frac{2}{3 - \sin \theta}\end{aligned}$$

(3)

$$\begin{aligned}f(\theta) &= r_1 - r_2 \\ &= \frac{6}{5 - \sin \theta} - \frac{2}{3 - \sin \theta} \\ f'(\theta) &= \frac{-6 \cdot (-\cos \theta)}{(5 - \sin \theta)^2} - \frac{-2 \cdot (-\cos \theta)}{(3 - \sin \theta)^2} \\ &= \frac{2 \cos \theta \{3(3 - \sin \theta)^2 - (5 - \sin \theta)^2\}}{(5 - \sin \theta)^2 (3 - \sin \theta)^2} \\ &= \frac{2 \cos \theta \cdot 2(\sin^2 \theta - 4 \sin \theta + 1)}{(5 - \sin \theta)^2 (3 - \sin \theta)^2}\end{aligned}$$

よって、 $f'(\theta) = 0$ となる θ は、 $0 \leq \theta \leq 2\pi$ で、

$$\theta = \frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi, \alpha, \pi - \alpha$$

ただし、 α は、 $\sin \alpha = 2 - \sqrt{3}$ を満たす角。

この時、増減表は以下の通り。

θ	0	α		$\frac{\pi}{2}$		$\pi - \alpha$		$\frac{3}{2}\pi$		2π
$f'(\theta)$	+	0	-	0	+	0	-	0	+	
$f(\theta)$	$\frac{8}{15}$ ↗	$4 - 2\sqrt{3}$ ↘		$\frac{1}{2}$ ↗		$4 - 2\sqrt{3}$ ↘		$\frac{1}{2}$ ↗		$\frac{8}{15}$

$$4 - 2\sqrt{3} > \frac{8}{15} \text{ より}$$

(答) 最大値 $4 - 2\sqrt{3}$ ，最小値 $\frac{1}{2}$

$$(1) \quad f'(x) = a^p e^{-ax^2} + a^p x(-2ax)e^{-ax^2} \\ = a^p e^{-ax^2} (1 - 2ax^2)$$

よって $x \geq 0$ で、 $f'(x) = 0$ となる x は、 $x = \frac{1}{\sqrt{2a}}$

この時、増減表は以下のとおり。

x	0		$\frac{1}{\sqrt{2a}}$	
$f'(x)$		+	0	-
$f(x)$	0	$\nearrow$	$\frac{a^{p-\frac{1}{2}} \sqrt{2e}}{2e}$	$\searrow$

よって、M の座標は、 $\left(\frac{1}{\sqrt{2a}}, \frac{a^{p-\frac{1}{2}} \sqrt{2e}}{2e} \right)$

(2)

$X = \frac{1}{\sqrt{2a}}, Y = \frac{a^{p-\frac{1}{2}} \sqrt{2e}}{2e}$ とおく。 $a > 0$ より $X > 0$ である。

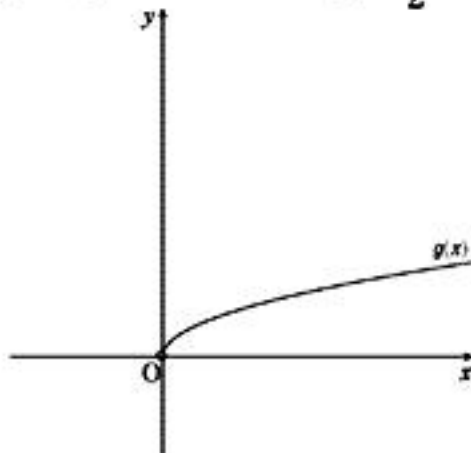
$a = \frac{1}{2X^2}$ を代入して、

$$Y = \frac{1}{\sqrt{2a}} \cdot \left(\frac{1}{2X^2} \right)^{p-\frac{1}{2}} = \frac{2^{-p}}{\sqrt{e}} X^{-2p+1}$$

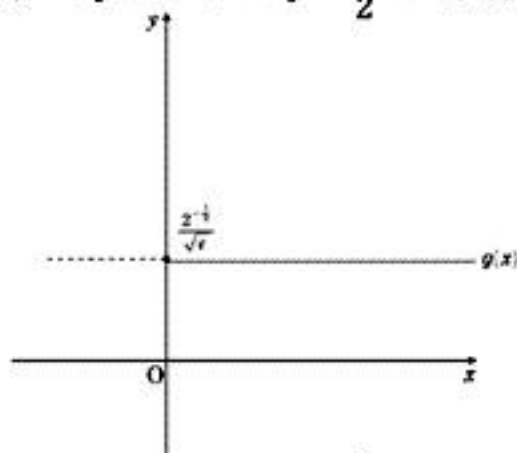
よって、 $g(x) = \frac{2^{-p}}{\sqrt{e}} x^{-2p+1}$ ($x > 0$) である。

ここで、 $p > 0$ より、 $-2p+1 < 1$ である。

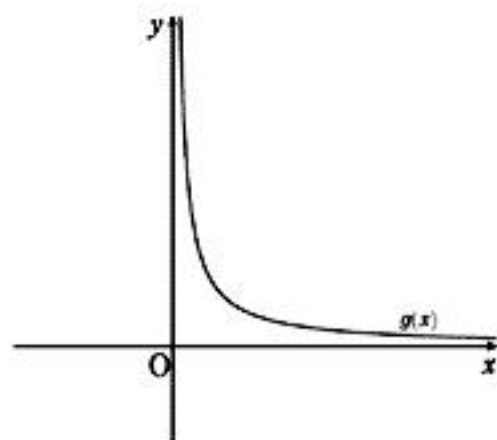
(i) $-2p+1 > 0 \therefore 0 < p < \frac{1}{2}$ の時、 $y = g(x)$ の概形は以下の通り。



(ii) $-2p+1 = 0 \therefore p = \frac{1}{2}$ の時、概形は以下の通り。



(iii) $-2p+1 < 0 \therefore p > \frac{1}{2}$ の時、概形は以下の通り。



(3) (2) より、最短距離が存在するのは、 $p > \frac{1}{2}$ の時。

この時、最短となる点の x 座標を t とすると、

$$g(x) = \frac{2^{-p}}{\sqrt{e}} (-2p+1) x^{-2p} \text{ より}$$

t における接線の傾きは、 $\frac{2^{-p}}{\sqrt{e}} (-2p+1) t^{-2p}$ となる。

これが -1 の時が最短の点だから、

$$\frac{2^{-p}}{\sqrt{e}} (-2p+1) t^{-2p} = -1$$

$$t^{-2p} = \frac{\sqrt{e}}{2^{-p}(2p-1)}$$

$$t^{2p} = \frac{2^{-p}(2p-1)}{\sqrt{e}} \quad \therefore t = \sqrt[2p]{\frac{2^{-p}(2p-1)}{\sqrt{e}}}$$