

H 1 数 学

この冊子は、数学の問題で 1 ページより 5 ページまであります。

〔注 意〕

- (1) 試験開始の指示があるまで、この冊子を開いてはいけません。
- (2) 受験番号等記入の指示があったら、直ちに解答用紙に志望学科・受験番号を記入しなさい。解答用マークシートには受験番号および氏名を記入し、さらに受験番号・志望学科をマークしなさい。
- (3) 解答は所定の解答用紙に記入したものおよび解答用マークシートにマークしたものだけが採点されます。
- (4) 解答用マークシートについて
 - ① 解答用マークシートは絶対に折り曲げてはいけません。
 - ② マークには黒鉛筆(H B または B)を使用しなさい。指定の黒鉛筆以外でマークした場合は採点されません。
 - ③ 誤ってマークした場合は消しゴムで丁寧に消し、消しくずを完全に取り除いたうえで、新たにマークしなさい。
 - ④ マークは横 1 行について 1 箇所に限ります。2 箇所以上マークすると採点されません。あいまいなマークは無効となるので、はっきりマークしなさい。
- (5) 試験開始の指示があったら、初めに問題冊子のページ数を確認しなさい。
- (6) 問題冊子は、試験終了後、持ち帰りなさい。

1

1

--	--	--	--

(1) 男子 8 人，女子 6 人の計 14 人のグループから，男女少なくとも 2 人ずつを含むように当番 6 人を選んで音楽室の掃除をすることになった。この組合せは

ア	イ	ウ	エ
オ	カ	キ	ク

通りである。また，そのうち当番が男女同数になる組合せは

ア	イ	ウ	エ
オ	カ	キ	ク

通りである。

ア	イ	ウ	エ
---	---	---	---

才	力	キ	ク
---	---	---	---

— 1 —

(2) a, b, c, d を実数とし, 行列

$$A = \begin{pmatrix} a & 2a \\ b & 2b \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} c & -3c \\ d & -3d \end{pmatrix}$$

は $A + B = E$ を満たすものとする。ただし, E は単位行列である。このとき次の問いに答えよ。

(a) a と b の値はそれぞれ $a = \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$, $b = \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$ である。

(b) $A^2, B^2, AB + BA$ はそれぞれ

$$A^2 = \frac{1}{\boxed{\text{ス}}} \begin{pmatrix} \boxed{\text{セ}} & \boxed{\text{ソ}} \\ \boxed{\text{タ}} & \boxed{\text{チ}} \end{pmatrix}, \quad B^2 = \frac{1}{\boxed{\text{ツ}}} \begin{pmatrix} \boxed{\text{テ}} & -\boxed{\text{ト}} \\ -\boxed{\text{ナ}} & \boxed{\text{ニ}} \end{pmatrix},$$

$$AB + BA = \begin{pmatrix} \boxed{\text{ヌ}} & \boxed{\text{ネ}} \\ \boxed{\text{ノ}} & \boxed{\text{ハ}} \end{pmatrix}$$

である。

(c) $M = \frac{1}{3}A - \frac{1}{2}B$ とし, 自然数 n に対して $M^n = \begin{pmatrix} p_n & q_n \\ r_n & s_n \end{pmatrix}$ とおく。こ

のとき $\sum_{n=1}^{\infty} p_n = \frac{\boxed{\text{ヒ}}}{\boxed{\text{フ}}}$ である。

右のページは白紙である。必要に応じて計算欄として使用してよい。

- (3) 初項 $a_1 = 3$ の数列 $\{a_n\}$ がある。 $n \geq 2$ に対して、初項 a_1 から第 n 項 a_n までの和を S_n としたとき、 $S_n = (n+1)^2 a_n$ が成り立つとする。このとき次の問いに答えよ。

(a) $n \geq 2$ のとき、 $\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{\boxed{\text{へ}} n + \boxed{\text{ホ}}}{n + \boxed{\text{マ}}}$ が成り立つ。

- (b) 数列 $\{a_n\}$ の一般項は、 $n \geq 2$ のとき

$$a_n = \frac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ム}} n^2 + \boxed{\text{メ}} n + \boxed{\text{モ}}}$$

となる。

右のページは白紙である。必要に応じて計算欄として使用してよい。

問題 **2** の解答は解答用紙に記入せよ。答だけでなく答を導く過程も記入せよ。

2 e を自然対数の底とするとき、次の問いに答えよ。

(30 点)

(1) α, β を実数とするとき、

$$I = \int_{\alpha}^{\beta} e^{-x} \sin 2x \, dx, \quad J = \int_{\alpha}^{\beta} e^{-x} \cos 2x \, dx$$

をそれぞれ求めよ。

(ヒント：部分積分により I と J の関係を導き、それを利用して I と J を求めてもよい。)

(2) $x \geq 0$ の範囲で $y = e^{-x}$ のグラフと $y = e^{-x} \sin 2x$ のグラフの共有点の x 座標を小さい順に $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ とおくと、 a_n を求めよ。ただし、 n は自然数である。

(3) n を自然数とするとき、区間 $a_n \leq x \leq a_{n+1}$ において曲線 $y = e^{-x}$ と曲線 $y = e^{-x} \sin 2x$ で囲まれた部分の面積 S_n を求めよ。

(4) (3) で求めた S_n ($n = 1, 2, \dots$) について、 $S = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} S_n$ を求めよ。

右のページは白紙である。必要に応じて計算欄として使用してよい。

問題

3

の解答は解答用紙に記入せよ。答だけでなく答を導く過程も記入せよ。

3

空間内に点 $A(1, 0, 0)$, $B(0, 1, 0)$, $C(-1, 0, 0)$, $D(0, -1, 0)$, $P(0, 0, 3\sqrt{3})$ をとって, xy 平面上の正方形 $ABCD$ を底面とし, 点 P を頂点とする四角錐 $PABCD$ を考える。 xy 平面上にあって, 点 A を通り y 軸に平行な直線を l とする。 z 軸上の点 $Q(0, 0, \sqrt{3}t)$ ($0 \leq t < 3$) と直線 l を含む平面を α とする。平面 α と線分 PB , PC , PD の交点をそれぞれ E , F , G とする。このとき次の問いに答えよ。

(30 点)

- (1) 点 E と点 G の座標をそれぞれ求めよ。また, 三角形 AEG の面積を求めよ。
- (2) 点 F の座標と三角形 EFG の面積を求めよ。
- (3) 四角形 $AEFG$ の面積を $S(t)$ とするとき, $S(t)$ を求めよ。また, $\log S(t)$ の導関数 $\frac{d}{dt} \log S(t)$ を求めよ。ただし, 対数は自然対数である。
- (4) 区間 $0 \leq t < 3$ における $S(t)$ の最大値とそのときの t の値を求めよ。

右のページは白紙である。必要に応じて計算欄として使用してよい。