

C 1 数 学

この冊子は、数学の問題で 1 ページより 4 ページまであります。

〔注 意〕

- (1) 試験開始の指示があるまで、この冊子を開いてはいけません。
- (2) 受験番号等記入の指示があったら、直ちに解答用マークシートに受験番号および氏名を記入し、さらに受験番号・志望学科をマークしなさい。
- (3) 解答は所定の解答用マークシートにマークしたものが採点されます。
- (4) 解答用マークシートについて
 - ① 解答用マークシートは絶対に折り曲げてはいけません。
 - ② マークには黒鉛筆(H B または B)を使用しなさい。指定の黒鉛筆以外でマークした場合は採点されません。
 - ③ 誤ってマークした場合は消しゴムで丁寧に消し、消しくずを完全に取り除いたうえで、新たにマークしなさい。
 - ④ マークは横 1 行について 1 箇所に限ります。2 箇所以上マークすると採点されません。あいまいなマークは無効となるので、はっきりマークしなさい。
- (5) 試験開始の指示があったら、初めに問題冊子のページ数を確認しなさい。
- (6) 問題冊子は、試験終了後、持ち帰りなさい。

問題 1 ~ 4 の各文章中の ア , イ , ウ , ... に当てはまる数字 0 ~ 9 を求めて、解答用マークシートの指定された欄にマークしなさい。ただし、分数は既約分数として表しなさい。根号の中に入る数は、4 でも 9 でも割り切れないものとします。また、問題 3 の文章中の あ , い , う については、問題文における [注意] にしたがいなさい。

1 a, b は定数として、 t を変数とする関数

$$f(t) = \cos^6 t - 3 \cos^5 t + 4 \cos^4 t + a \cos 3t + b \cos t$$

を考える。この関数 $f(t)$ に対して、 $f(t) = g(\cos^2 t - \cos t)$ となる 3 次関数 $g(x)$ が存在するという。

(1) $a = -\frac{\text{ア}}{\text{イ}}$, $b = -\frac{\text{ウ}}{\text{エ}}$ である。

(2) $g(x)$ における x^2 の係数は オ であり、 x の係数は $-\text{カ}$ である。

(3) $\cos^2 t - \cos t$ のとりうる値の範囲は

$$-\frac{\text{キ}}{\text{ク}} \leq \cos^2 t - \cos t \leq \text{ケ}$$

である。

(4) $f(t)$ の最大値は コ サ であり、最小値は $-\frac{\text{シ}}{\text{スセ}}$ である。

(25 点)

右のページは白紙です。

2 a を定数とする。 xy 平面上の点 $A(a, 3)$ と動点 $P(x, y)$ の距離は、点 P と直線 $y = 5$ の距離に等しいという。 P の軌跡を C とする。 C と x 軸で囲まれた領域 (境界を含む) を D とする。

(1) C の方程式は

$$y = -\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}(x - a)^2 + \boxed{\text{ウ}}$$

である。

(2) D の面積は $\frac{\boxed{\text{エ}} \boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ である。

(3) D の境界と y 軸が共有点をもつのは、 $-\boxed{\text{キ}} \leq a \leq \boxed{\text{ク}}$ のときである。

定数 a が (3) の範囲にあるとき、 C と y 軸の交点を Q とおく。 また、 C と x 軸の交点のうち、 x 座標の大きい方を R とおく。

(4) a が (3) の範囲を動くとき、線分 QR が通過する部分の面積は $\frac{\boxed{\text{ケ}} \boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$ である。 ただし、 $Q = R$ のとき、線分 QR は点 Q のこととする。

(25 点)

右のページは白紙です。

3

[注意] (3)における $\boxed{\text{あ}}\boxed{\text{ク}}$, $\boxed{\text{い}}\boxed{\text{シ}}$, $\boxed{\text{う}}\boxed{\text{タ}}$ は正または負の数で, $\boxed{\text{あ}}$, $\boxed{\text{い}}$, $\boxed{\text{う}}$ には符号 + (プラス), - (マイナス)が入ります。あてはまる符号と数を求めて, 解答用マークシートの指定された欄にマークしなさい。例えば, $\boxed{\text{あ}}\boxed{\text{ク}}$ にあてはまる数が6のときは, $\boxed{\text{あ}}$ の欄に+を, $\boxed{\text{ク}}$ の欄に6をマークしなさい。

Oを原点とする xyz 空間において, 点 $P(3, 1, 8)$ と点 $A(1, 1, 1)$ をとる。

(1) 直線 OA 上の点で, P との距離が最小となる点の座標は ($\boxed{\text{ア}}$, $\boxed{\text{イ}}$, $\boxed{\text{ウ}}$) である。

(2) z 軸のまわりに空間の点を 90° 回転させる。ただし, 回転の向きは, この回転で点 $(1, 0, 0)$ が点 $(0, 1, 0)$ に移るようにとる。このとき, 点 P が点 Q に移るとすると, Q の座標は ($-\boxed{\text{エ}}$, $\boxed{\text{オ}}$, $\boxed{\text{カ}}$) である。

(3) 直線 OA のまわりに空間の点を 90° 回転させる。ただし, 回転の向きは, この回転で点 $(0, 0, 1)$ が点 $(\frac{1+\sqrt{3}}{3}, \frac{1-\sqrt{3}}{3}, \frac{1}{3})$ に移るようにとる。このとき, 点 P が点 $R(a, b, c)$ に移るとすると,

$$a = \boxed{\text{キ}} + \frac{\boxed{\text{あ}}\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}} \sqrt{\boxed{\text{コ}}}$$

である。また,

$$b = \boxed{\text{サ}} + \frac{\boxed{\text{い}}\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}} \sqrt{\boxed{\text{セ}}}, \quad c = \boxed{\text{ソ}} + \frac{\boxed{\text{う}}\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}} \sqrt{\boxed{\text{ツ}}}$$

である。

(4) (2), (3)における点 Q, 点 R について, $\cos \angle POR = \frac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}} \cos \angle POQ$ が成り立つ。

(25 点)

右のページは白紙です。

4

2 が記入された札が 1 枚、4 が記入された札が 2 枚、5 が記入された札が 1 枚、6 が記入された札が 1 枚、8 が記入された札が 2 枚、全部で 7 枚の札 $\boxed{2}$, $\boxed{4}$, $\boxed{4}$, $\boxed{5}$, $\boxed{6}$, $\boxed{8}$, $\boxed{8}$ がある。

(1) このうちの 6 枚の札 $\boxed{2}$, $\boxed{4}$, $\boxed{4}$, $\boxed{6}$, $\boxed{8}$, $\boxed{8}$ から 3 枚とり、横 1 列に並べてできる 3 桁の整数は、全部で $\boxed{\text{ア}} \boxed{\text{イ}}$ 個ある。

(例えば、3 枚の札 $\boxed{2}$, $\boxed{4}$, $\boxed{4}$ を、 $\boxed{4} \boxed{2} \boxed{4}$ のように横 1 列に並べてできる整数は 424 である。)

(2) 6 枚の札 $\boxed{2}$, $\boxed{4}$, $\boxed{4}$, $\boxed{6}$, $\boxed{8}$, $\boxed{8}$ から 4 枚とり、横 1 列に並べてできる 4 桁の整数は、全部で $\boxed{\text{ウ}} \boxed{\text{エ}} \boxed{\text{オ}}$ 個ある。その中で、4 の倍数である整数は、全部で $\boxed{\text{カ}} \boxed{\text{キ}}$ 個ある。

(3) 7 枚の札 $\boxed{2}$, $\boxed{4}$, $\boxed{4}$, $\boxed{5}$, $\boxed{6}$, $\boxed{8}$, $\boxed{8}$ から 4 枚とり、横 1 列に並べてできる 4 桁の整数は、全部で $\boxed{\text{ク}} \boxed{\text{ケ}} \boxed{\text{コ}}$ 個ある。その中で、4 の倍数である整数は、全部で $\boxed{\text{サ}} \boxed{\text{シ}} \boxed{\text{ス}}$ 個ある。

(25 点)

右のページは白紙です。