

1

(1) ア 2 イ 2 ウ 3 エ 2 オ 3 カ 2 キ 8 ク 0 ケ 0 コ 8 サ シ 64

ス 0 セ 0 ソ タ 64

(2) チ 6 ツ 2 テ 6 ト 2 ナ 6 ニ 2 ノ 6 ネ 2

2

(1) ア 2 イ 3

(2) ウ 3 エ 4

(3) オ 5 カ 1 キ 2 ク 3 ケ 2

(4) コ サ 12 シ ス 11

3

(1)  2  9

(2)  1  9

(1) $f(x) = \frac{2}{9}xe^{3x} + k$ に対して

$$f'(x) = \frac{2}{9}(3x+1)e^{3x}$$

$f'(x) = 0$ となるのは $x = -\frac{1}{3}$ で、その増減表は

x	-1		$-\frac{1}{3}$		2
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\searrow$		$\nearrow$	

となる。また

$$f(-1) = -\frac{2}{9}e^{-3} + k$$

$$f\left(-\frac{1}{3}\right) = -\frac{2}{27}e^{-1} + k$$

$$f(2) = \frac{4}{9}e^6 + k$$

となり、 $f(2) > f(-1)$ なので、

$$x=2 \text{ のとき 最大値 } f(2) = \frac{4}{9}e^6 + k$$

$$x = -\frac{1}{3} \text{ のとき最小値 } f\left(-\frac{1}{3}\right) = -\frac{2}{27}e^{-1} + k$$

である。

(2) $f'(1) = \frac{2}{9} \cdot 4e^3 = \frac{8}{9}e^3$ より、接線 l は

$$y = f'(1)(x-1) + f(1)$$

$$= \frac{8}{9}e^3(x-1) + \frac{2}{9}e^3 + k$$

となる。これが原点を通るので、

$$0 = -\frac{8}{9}e^3 + \frac{2}{9}e^3 + k$$

$$\therefore k = \frac{2}{3}e^3$$

となる。以上より接線 l は

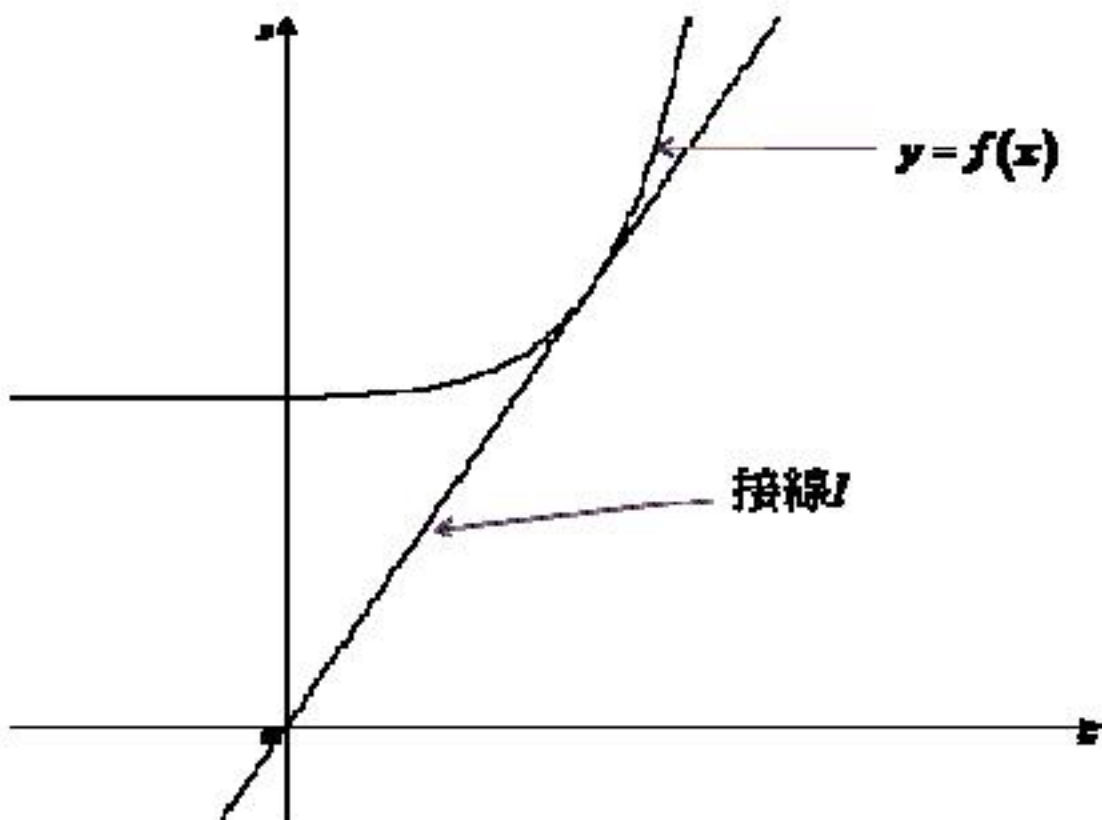
$$y = \frac{8}{9}e^3x$$

である。

(3) 曲線 $y=f(x)$ と直線 l と y 軸で囲まれた図形の面積 S は

$$\begin{aligned} S &= \int_0^1 \left(\frac{2}{9}xe^{3x} + \frac{2}{3}e^3 - \frac{8}{9}e^3x \right) dx \\ &= \frac{2}{9} \left[\frac{1}{3}xe^{3x} \right]_0^1 - \frac{2}{9} \cdot \frac{1}{3} \int_0^1 e^{3x} dx + \frac{2}{3}e^3 - \frac{8}{9}e^3 \left[\frac{1}{2}x^2 \right]_0^1 \\ &= \frac{2}{27}e^3 - \frac{2}{27} \left[\frac{1}{3}e^{3x} \right]_0^1 + \frac{2}{3}e^3 - \frac{4}{9}e^3 \\ &= \frac{2}{27}e^3 - \frac{2}{81}e^3 + \frac{2}{81} + \frac{2}{3}e^3 - \frac{4}{9}e^3 \\ &= \frac{22}{81}e^3 + \frac{2}{81} \end{aligned}$$

となる。



- (1) 円 C と直線 l の交点は、 $x^2 + y^2 = 9$ に $y = -2x + 3$ を代入して

$$x^2 + (-2x + 3)^2 = 9$$

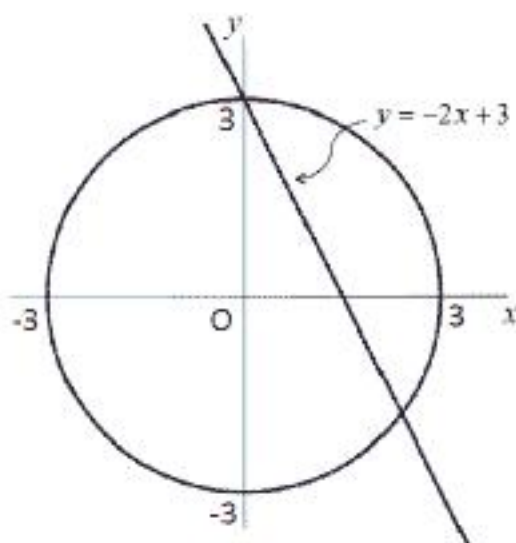
$$5x^2 - 12x + 9 = 9$$

$$x(5x - 12) = 0$$

$$\therefore x = 0, \frac{12}{5}$$

それぞれに $y = -2x + 3$ を代入すれば、
円 C と直線 l の交点の座標は

$$(0, 3), \left(\frac{12}{5}, -\frac{9}{5}\right) \text{ となる。}$$



- (2) 点 $P(t, -2t+3)$ と点 $Q(u, v)$ の中点

$M(a, b)$ の座標は、

$$a = \frac{t+u}{2}, b = \frac{-2t+3+v}{2}$$

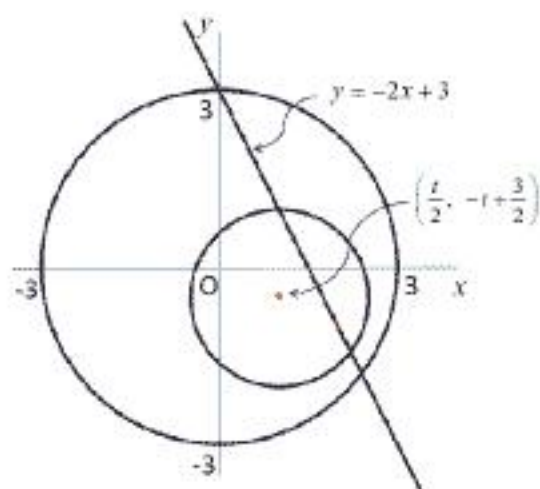
と表せるので、

$$u = 2a - t, v = 2b + 2t - 3$$

となる。点 Q は円 C 上を動くので、

$$u^2 + v^2 = 9 \text{ が成り立ち、}$$

$$(2a - t)^2 + (2b + 2t - 3)^2 = 9$$



$$\therefore \left(a - \frac{t}{2}\right)^2 + \left(b - \left(-t + \frac{3}{2}\right)\right)^2 = \frac{9}{4} = \left(\frac{3}{2}\right)^2$$

これは点 M が動いてできる円 C' である。よって円 C' は $\left(\frac{t}{2}, -t + \frac{3}{2}\right)$ を中心とす

る半径 $\frac{3}{2}$ の円である。

- (3) 円 C' の中心 (c, d) は

$$c = \frac{t}{2}, d = -t + \frac{3}{2}$$

点 P が直線 l 上を動くとき、これから t を消去すると

$$d = -2c + \frac{3}{2}$$

よって t はすべての実数をとることから c もすべての実数を取り得るので、円 C'

の中心の軌跡は $y = -2x + \frac{3}{2}$ となる。

- (4) 円 C と円 C' が外接するとき、それぞれの中心間の距離がそれぞれの半径の和に等しいので、

$$\left(\frac{t}{2} - 0\right)^2 + \left(-t + \frac{3}{2} - 0\right)^2 = \left(3 + \frac{3}{2}\right)^2 = \left(\frac{9}{2}\right)^2$$

$$5t^2 - 12t + 9 = 81$$

$$5t^2 - 12t - 72 = 0$$

よって

$$\therefore t = \frac{6 \pm \sqrt{36 + 360}}{5} = \frac{6 \pm 6\sqrt{11}}{5}$$

である。

