

1

(1) ア 3 イ 3 ウ エ 47 オ カ キ 123

(2) ク ケ 62 コ サ 52

(1) $1092 = 2^2 \times 3 \times 7 \times 13$ と素因数分解できる。

a, b, c が 20 以下の整数であるという条件より、 a, b, c のうち 13 の倍数を含むものは 13 となる。

同様に、 a, b, c のうち 7 の倍数を含むものは 7 か 14 のいずれかとなる。これが 7 であれば、最後の一つは $2^2 \times 3 = 12$ となり、これが 14 であれば、最後の一つは $2 \times 3 = 6$ となる。

以上より a, b, c の組は $(a, b, c) = (6, 13, 14)(7, 12, 13)$ の 2 通りとなる。

(答) $\cdot \cdot (6, 13, 14)(7, 12, 13)$

(2) 当たりくじが 1 本であるとき外れくじを 2 本引いているので、その確率は

$$\frac{{}_n C_1 \times {}_{20-n} C_2}{{}_{20} C_3} = \frac{n(20-n)(19-n)}{2280}$$

となる。

(答) $\cdot \cdot \frac{n(20-n)(19-n)}{2280}$

(3) (2) で求めた確率が $\frac{91}{190}$ となるので

$$\frac{n(20-n)(19-n)}{2280} = \frac{91}{190}$$

$$n(20-n)(19-n) = 1092 = 2^2 \times 3 \times 7 \times 13$$

となる。(1) より左辺の大小を考えて、

(i) $n \leq 19 - n \leq 20 - n$ のとき (つまり $n \leq 9$ のとき)

$$n = 6, 7$$

(ii) $19 - n \leq 20 - n \leq n$ のとき (つまり $n \geq 10$ のとき)

題意を満たす n は存在しない。

以上より、 $n = 6, 7$ である。

(答) $\cdot \cdot n = 6, 7$

(1) $S_1 = a_1$ より与式に $n=1$ を代入して、

$$a_1 = S_1 = \frac{(3+2)a_1 + 3}{6}$$

$$\therefore a_1 = 3$$

(答) $\cdots 3$

(2) n が 2 以上の整数のとき、 $S_n - S_{n-1} = a_n$ が成り立つので

$$a_n = S_n - S_{n-1} = \frac{(3+2n)a_n + 3}{6} - \frac{(3+2n-2)a_{n-1} + 3}{6}$$

$$6a_n = (3+2n)a_n - (1+2n)a_{n-1}$$

よって

$$(2n-3)a_n = (2n+1)a_{n-1}$$

(答) $\cdots (2n-3)a_n = (2n+1)a_{n-1}$

(3) (2)の両辺に $(2n-1)$ をかけると

$$(2n-1)(2n-3)a_n = (2n-1)(2n+1)a_{n-1}$$

となり、変形して

$$\frac{a_n}{(2n+1)(2n-1)} = \frac{a_{n-1}}{(2n-1)(2n-3)} = \frac{a_{n-1}}{(2(n-1)+1)(2(n-1)-1)}$$

となる。これを繰り返すと

$$\begin{aligned} \frac{a_n}{(2n+1)(2n-1)} &= \frac{a_{n-1}}{(2(n-1)+1)(2(n-1)-1)} = \frac{a_{n-2}}{(2(n-2)+1)(2(n-2)-1)} \\ &= \cdots = \frac{a_1}{(2+1)(2-1)} = 1 \end{aligned}$$

となり、よって $n \geq 2$ で

$$a_n = (2n+1)(2n-1) = 4n^2 - 1$$

これは、 $n=1$ でも成り立つ。

(答) $\cdots a_n = 4n^2 - 1$