

E 1 数 学

この冊子は、数学の問題で 1 ページより 5 ページまであります。

〔注 意〕

- (1) 試験開始の指示があるまで、この冊子を開いてはいけません。
- (2) 受験番号等記入の指示があったら、直ちに解答用紙に志望学科・受験番号を記入しなさい。解答用マークシートには受験番号および氏名を記入し、さらに受験番号・志望学科をマークしなさい。
- (3) 解答は所定の解答用紙に記入したものおよび解答用マークシートにマークしたものだけが採点されます。
- (4) 解答用マークシートについて
 - ① 解答用マークシートは絶対に折り曲げてはいけません。
 - ② マークには黒鉛筆(H BまたはB)を使用しなさい。指定の黒鉛筆以外でマークした場合、採点できないことがあります。
 - ③ 誤ってマークした場合は消しゴムで丁寧に消し、消しくずを完全に取り除いたうえ、新たにマークしなさい。
 - ④ 解答欄のマークは横 1 行について 1 箇所に限ります。2 箇所以上マークすると採点されません。あいまいなマークは無効となるので、はっきりマークしなさい。
- (5) 試験開始の指示があったら、初めに問題冊子のページ数を確認しなさい。
- (6) 問題冊子は、試験終了後、持ち帰りなさい。

- 1 次の

ア

 から

タ

 において、

--

 内のカタカナにあてはまる 0 から 9 までの数字を求め、その数を解答用マークシートにマークせよ。ただし、

--

 は 1桁の数、

--	--

 は 2桁の数を表す。また、分数は既約分数として表すものとする。
- (50 点)

- (1) a, b, c が次の 3 次方程式の解であるとする。

$$x^3 - 2x^2 + x + 5 = 0$$

- (a) このとき、 $a^3 + b^3 + c^3$ の値は $-\begin{array}{|c|c|} \hline \text{ア} & \text{イ} \\ \hline \end{array}$ である。
- (b) このとき、 $a^4 + b^4 + c^4$ の値は $-\begin{array}{|c|c|} \hline \text{ウ} & \text{エ} \\ \hline \end{array}$ である。

右のページは白紙である。必要に応じて計算欄として使用してよい。

- (2) (a) 袋の中に 1 が書かれた球, 0 が書かれた球, -1 が書かれた球が 1 つずつ入っている。この袋から球を 1 個とりだし, 袋の中に戻す操作を続けて 2 回行う。最初に取り出した球に書かれていた数を a とし, 次に取り出した球に書かれていた数を b とする。このとき, 実数 x, y についての式 $ax^2 + bxy + ay^2$ が次の条件

$$[ax^2 + bxy + ay^2 = 0 \text{ ならば } x = y = 0]$$

を満たす確率は $\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ である。

- (b) (a) で用意した袋から球を 1 個とりだし, 袋の中に戻す操作を続けて 3 回行う。1 回目と 2 回目に取り出した球により a, b を (a) のように定め, 3 回目に取り出した球に書かれていた数を c とする。このとき, 実数 x, y, z についての式 $a(x - y)^2 + b(y - z)^2 + c(z - x)^2$ が次の条件

$$[a(x - y)^2 + b(y - z)^2 + c(z - x)^2 = 0 \text{ ならば } x = y = z]$$

を満たす確率は $\frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク} \mid \text{ケ}}}$ である。

右のページは白紙である。必要に応じて計算欄として使用してよい。

(3) 空間に点 $A(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}, 0)$, 点 $B(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}, 0)$, 点 $C(-1, 0, 0)$ があり, さらに正の実数 h を z 座標にもつ点 $D(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}, h)$, 点 $E(-\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}, h)$, 点 $F(1, 0, h)$ があるとする。

(a) ベクトル $\overrightarrow{FA}$ とベクトル $\overrightarrow{FD}$ の内積は $\boxed{\text{コ}}$ である。

(b) 線分 AD と線分 FC の交点 P の座標は $(\boxed{\text{サ}}, \boxed{\text{シ}}, \frac{h}{\boxed{\text{ス}}})$ である。

(c) h の値が $\sqrt{\boxed{\text{セ}}}$ であるとき, ベクトル $\overrightarrow{AD}$ とベクトル $\overrightarrow{FC}$ は垂直である。

(d) h が (c) で求めた値である場合, 三角形 APF を底面とし点 E を頂点とする三角錐の体積は $\frac{\sqrt{\boxed{\text{ソ}}}}{\boxed{\text{タ}}}$ である。

右のページは白紙である。必要に応じて計算欄として使用してよい。

問題 **2** の解答は、解答用紙に記入せよ。答だけでなく答を導く過程も記入せよ。

2 以下の (1) から (3) の間に答えよ。ただし、(1) および (2) で得られた結論は、必要なら (3) の解答の際に用いてよい。

(25 点)

(1) $0 < t < \pi$ をみたす実数 t をとる。実数 θ が $0 < \theta < \pi - t$ の範囲を動くとき、関数 $f(\theta) = \sin \theta + \sin(\pi - t - \theta)$ の値が最大になるような θ の値と、関数 $f(\theta)$ の最大値 $m(t)$ を求めよ。

(2) (1) で求めた $m(t)$ を用いて関数 $g(t) = \sin t + m(t)$ を定める。実数 t が $0 < t < \pi$ の範囲を動くとき、関数 $g(t)$ の値が最大になるような t の値と、関数 $g(t)$ の最大値 M を求めよ。

(3) 半径 1 の円 T に内接する三角形 ABC の頂点 A における内角を t で表し、頂点 C における内角を θ で表すことにする。

(a) 頂点 A における内角 t が動く範囲を求めよ。

(b) 頂点 A における内角 t を一定に保ちながら頂点 A が円 T 上を動くとき、線分 AB と線分 AC の長さの和が最大になるための必要十分条件を三角形 ABC についての条件として述べよ。

(c) (b) で求めた条件をみたす三角形 ABC の頂点 A における内角 t を、(a) で求めた範囲で動かすことにより、この三角形の 3 辺の長さの和の最大値を求めよ。

右のページは白紙である。必要に応じて計算欄として使用してよい。

問題 **3** の解答は、解答用紙に記入せよ。答だけでなく答を導く過程も記入せよ。

3 座標平面上に点 $P_1(12, 8)$ がある。これを行列 $A = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{4} & \frac{\sqrt{6}}{4} \\ \frac{\sqrt{6}}{4} & -\frac{\sqrt{2}}{4} \end{pmatrix}$ で表される変換で移した点を P_2 とし、この点を再びこの変換で移した点を P_3 とする。この操作をくりかえし、一般に点 P_n をこの変換で移した点を P_{n+1} とする。

(25 点)

- (1) 行列 A^2 を求めよ。
- (2) 点 P_1, P_2, P_3 を頂点にもつ三角形の面積を求めよ。
- (3) 自然数 n に対して点 P_1, P_{2n}, P_{2n+1} を頂点にもつ三角形の面積を S_n とする。
極限值 $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ を求めよ。
- (4) n を 2 以上の自然数とする。線分 $P_1P_2, P_2P_3, \dots, P_{2n-1}P_{2n}$ からなる折れ線と、この折れ線の 2 つの端点を結ぶ線分 $P_{2n}P_1$ によって囲まれるすべての三角形の面積の和 T_n の極限值 $\lim_{n \rightarrow \infty} T_n$ を求めよ。

右のページは白紙である。必要に応じて計算欄として使用してよい。