

平成 21 年度

〔試験時間 80 分〕

F 2 数 学

この冊子は、数学の問題で 1 ページより 2 ページまであります。

〔注 意〕

- (1) 試験開始の指示があるまで、この冊子を開いてはいけません。
- (2) 受験番号等記入の指示があったら、直ちに解答用紙に志望学科・受験番号を記入
しなさい。
- (3) 解答は所定の解答用紙に記入したものが採点されます。
- (4) 試験開始の指示があったら、初めに問題冊子のページ数を確認しなさい。
- (5) 問題冊子は、試験終了後、持ち帰りなさい。

問題 **1** の解答は解答用紙に記入せよ。答だけでなく答を導く過程も記入せよ。

1 対数を自然対数とする。数列 $\{x_n\}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) を

$$\int_0^{x_n} \frac{1}{\cos x} dx = n \log \sqrt{3}$$

により定める。ただし、 $0 \leq x_n < \frac{\pi}{2}$ とする。次の問いに答えよ。 (50 点)

(1) x_1 を求めよ。

(2) $\sin x_n$ を求めよ。

(3) 曲線 $y = \frac{1}{\cos x}$ と x 軸および 2 直線 $x = 0$, $x = x_n$ で囲まれた図形を x 軸のまわりに 1 回転してできる回転体の体積を V_n とする。 V_n を求めよ。

(4) (3) で求めた V_n に対して、 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{V_{n+1}}{V_n}$ を求めよ。

(5) (3) で求めた V_n に対して、不等式

$$V_{n+2} - 2V_{n+1} + V_n > 0 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

が成り立つことを証明せよ。

右のページは白紙である。必要に応じて計算欄として使用してよい。

問題 **2** の解答は**解答用紙**に記入せよ。答だけでなく答を導く過程も記入せよ。

2 a を実数として、関数 $f(x)$, $g(y)$ を

$$f(x) = x^3 - 6x, \quad g(y) = y^2 + ay - 40$$

とする。また、 $f(x)$ と $g(y)$ の合成関数を $(g \circ f)(x) = g(f(x))$ とする。次の問いに答えよ。(50 点)

- (1) $f(x)$ は $x = v_1$ で極大値 $f(v_1)$, $x = v_2$ で極小値 $f(v_2)$ をとるとする。 v_1 , $f(v_1)$, v_2 , $f(v_2)$ の値をそれぞれ求めよ。
- (2) (1) で求めた v_1, v_2 に対して、 $f(x) - f(v_1) = 0$ の v_1 以外の解を u_1 とし、また、 $f(x) - f(v_2) = 0$ の v_2 以外の解を u_2 とする。 u_1 と u_2 の値を求めよ。
- (3) b を正の数とする。 $g(y) = 0$ の 2 個の解は、絶対値がともに b より大きいという。 a のとり得る値の範囲を b で表せ。また、このような a が存在する b の値の範囲を求めよ。
- (4) $(g \circ f)(x) = 0$ の異なる実数解は、 x_1 と x_2 ($x_1 < x_2$) の 2 個であるとする。このとき、 a のとり得る値の範囲を求めよ。また、 x_1 , x_2 , u_1 , u_2 の大小関係を不等式で表せ。ただし、 u_1 , u_2 は (2) で求めた値とする。

右のページは白紙である。必要に応じて計算欄として使用してよい。