

B 1

数 学

この冊子は、数学の問題で 1 ページより 5 ページまであります。

〔注 意〕

- (1) 試験開始の指示があるまで、この冊子を開いてはいけません。
- (2) 受験番号等記入の指示があったら、直ちに解答用紙に志望学科・受験番号を記入しなさい。解答用マークシートには受験番号および氏名を記入し、さらに受験番号・志望学科をマークしなさい。
- (3) 解答は所定の解答用紙に記入したものおよび解答用マークシートにマークしたものだけが採点されます。
- (4) 解答用マークシートについて
 - ① 解答用マークシートは絶対に折り曲げてはいけません。
 - ② マークには黒鉛筆(H BまたはB)を使用しなさい。指定の黒鉛筆以外でマークした場合、採点できないことがあります。
 - ③ 誤ってマークした場合は消しゴムで丁寧に消し、消しくずを完全に取り除いたうえで、新たにマークしなさい。
 - ④ 解答欄のマークは横 1 行について 1 箇所に限ります。2 箇所以上マークすると採点されません。あいまいなマークは無効となるので、はっきりマークしなさい。
- (5) 試験開始の指示があったら、初めに問題冊子のページ数を確認しなさい。
- (6) 問題冊子は、試験終了後、持ち帰りなさい。

問題

1

の解答は解答用マークシートにマークしなさい。

1

次の (1), (2), (3) においては, 内の 1 つのカタカナに 0 から 9 までの数字が 1 つあてはまる。その数字を解答用マークシートにマークしなさい。与えられた枠数より少ない桁の数があてはまる場合は, 上位の桁を 0 とし, 右に詰めた数値としなさい。分数は既約分数とし, 値が整数の場合は分母を 1 としなさい。根号を含む形で解答する場合は, 根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

(50 点)

(1) 座標平面において連立不等式

$$y < x + 3, \quad y > 0, \quad x < 2$$

の表す領域 D と放物線 $C: y = x^2 - 2ax + 2a^2 - a$ (a は実数の定数とする) について考える。放物線 C の頂点が領域 D 内にあるとき以下の問いに答えなさい。

(a) a の取りうる値の範囲は

$$-\boxed{\text{ア}} < a < \boxed{\text{イ}}, \quad \boxed{\text{ウ}} < a < \boxed{\text{エ}}$$

である。

(b) 直線 $y = x + 3$ と放物線 C の 2 つの交点を A, B とするとき, 線分 AB の長さが $\sqrt{6}$ に等しくなるのは

$$a = \boxed{\text{オ}} - \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}} \times \sqrt{\boxed{\text{ク}} \boxed{\text{ケ}}}$$

のときである。

右のページは白紙です。

(2) 以下の問いに答えなさい。

(a) $\cos 55^\circ \cos 65^\circ + \cos 65^\circ \cos 175^\circ + \cos 55^\circ \cos 175^\circ = -\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。

(b) $\sin \alpha + \sin \beta = \frac{1}{5}$, $\cos \alpha + \cos \beta = \frac{1}{2}$ のとき,

$$\cos(\alpha - \beta) = -\frac{\boxed{\text{ウ}} \boxed{\text{エ}} \boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}} \boxed{\text{キ}} \boxed{\text{ク}}}, \quad \cos(\alpha + \beta) = \frac{\boxed{\text{ケ}} \boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}} \boxed{\text{シ}}}$$

である。

右のページは白紙です。

(3) 以下のような数列 $\{a_n\}$ を考える。

$a_1 = 2$, $a_2 = 4$ とし, n が 3 以上の自然数のときは, $a_{n-1} \cdot a_{n-2}$ を 5 で割った余りを c として, c を用いて

$$a_n = c$$

とする。

(a) $n \geq 3$ で初めて $a_n = 4$ となる n は ア である。

(b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{3^n} =$ イ である。

(c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{3^n} = \frac{\begin{array}{|c|c|c|} \hline \text{ウ} & \text{エ} & \text{オ} \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|c|c|} \hline \text{カ} & \text{キ} & \text{ク} \\ \hline \end{array}}$ である。

右のページは白紙です。

問題 **2** の解答は解答用紙 **2** に記入しなさい。

2 以下の問いに答えなさい。

(25 点)

(1)座標平面について考える。

- (a) 原点の周りの 15° の回転移動を表す行列を求めなさい。
- (b) 原点を通り, x 軸の正の向きとなす角が 15° である直線 ℓ に関して点 P と点 Q は対称であるとする。点 P の座標が $(1, 2)$ であるとき, Q の座標を求めなさい。

(2) (a) x, y, z, a を正の整数とすると,

$$175x = 1323y = 5832z = a^2$$

を満たす最小の a の値を求めなさい。

- (b) $\frac{m}{175}, \frac{m^2}{1323}, \frac{m^3}{5832}$ がすべて整数となるような正の整数 m のうち, 最小のものを求めなさい。

右のページは白紙です。

問題 **3** の解答は解答用紙 **3** に記入しなさい。

3 原点を O とする座標空間において、点 $A(1, 0, 0)$ 、点 $B(0, 1, 0)$ をとり、
 $\angle COA = 60^\circ$ 、 $\angle COB = 45^\circ$ となるように、点 $C(x, y, 1)$ をとる。点 O と点 C を
通る直線を ℓ とし、直線 ℓ 上に点 D をとる。

(25 点)

- (1) x, y を求めなさい。
- (2) 点 D が直線 ℓ 上を動くとき、線分 AD の長さが最も短くなるような点 D の座標、およびそのときの長さ AD を求めなさい。
- (3) 点 D が直線 ℓ 上を動くとき、三角形 ABD の面積が最も小さくなるような点 D の座標を求めなさい。