

# N 1 数 学

この冊子は、数学の問題で 1 ページより 5 ページまであります。

## 〔注 意〕

- (1) 試験開始の指示があるまで、この冊子を開いてはいけません。
- (2) 受験番号等記入の指示があったら、直ちに解答用紙に志望学科・受験番号を記入しなさい。解答用マークシートには受験番号および氏名を記入し、さらに受験番号・志望学科をマークしなさい。
- (3) 解答は所定の解答用紙に記入したものおよび解答用マークシートにマークしたものだけが採点されます。
- (4) 解答用マークシートについて
  - ① 解答用マークシートは絶対に折り曲げてはいけません。
  - ② マークには黒鉛筆(H BまたはB)を使用しなさい。指定の黒鉛筆以外でマークした場合、採点できないことがあります。
  - ③ 誤ってマークした場合は消しゴムで丁寧に消し、消しくずを完全に取り除いたうえで、新たにマークしなさい。
  - ④ 解答欄のマークは横 1 行について 1 箇所に限ります。2 箇所以上マークすると採点されません。あいまいなマークは無効となるので、はっきりマークしなさい。
- (5) 試験開始の指示があったら、初めに問題冊子のページ数を確認しなさい。
- (6) 問題冊子は、試験終了後、持ち帰りなさい。

問題 1, 2, 3 において,    内のカタカナの1文字にあてはまる0から9までの数字を求めて, 解答用マークシートの指定された欄にマークしなさい。ただし, 分数は既約分数で表しなさい。また, 根号内の    に対しては, 根号の中に現れる正の整数が最小となる形で答えなさい。なお, ア のようなカタカナ1文字は  $1$  <sup>けた</sup>桁の数を表し, アイ のようなカタカナ2文字は2桁の数を表すものとします。

1 (16点)

(1)  $A = \begin{pmatrix} 1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 1 \end{pmatrix}$  とおく。すると,  $A^2, A^3$  は

$$A^2 = \begin{pmatrix} -\text{ア} & -\text{イ}\sqrt{\text{ウ}} \\ \text{エ}\sqrt{\text{オ}} & -\text{カ} \end{pmatrix}, \quad A^3 = \begin{pmatrix} -\text{キ} & \text{ク} \\ \text{ケ} & -\text{コ} \end{pmatrix}$$

である。また,  $A^6$  は

$$A^6 = \begin{pmatrix} \text{サシ} & \text{ス} \\ \text{セ} & \text{ソタ} \end{pmatrix}$$

である。

(2)  $a, b$  を実数とし,  $B = \begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix}$  とおく。  $B^2 = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}$  を満たすならば,

$$a = \frac{\sqrt{\text{チ}}}{\text{ツ}}, \quad b = -\frac{\sqrt{\text{テ}}}{\text{ト}}, \quad \text{または,} \quad a = -\frac{\sqrt{\text{ナ}}}{\text{ニ}}, \quad b = \frac{\sqrt{\text{ヌ}}}{\text{ネ}} \quad \text{である。}$$

右のページは白紙です。

**2**

(18 点)

平面上に  $AD \parallel BC$  である台形  $ABCD$  があり、辺  $AD$  と辺  $BC$  の長さの比が  $AD : BC = 3 : 5$  であるとする。辺  $AB$  を  $1 : 2$  に内分する点を  $E$ 、辺  $DC$  を  $3 : 1$  に内分する点を  $F$  とおく。

- (1) ベクトル  $\overrightarrow{DC}$  をベクトル  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{AD}$  で表すと、

$$\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB} + \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} \overrightarrow{AD}$$

となる。

- (2) ベクトル  $\overrightarrow{DF}$  をベクトル  $\overrightarrow{DC}$  で表すと、

$$\overrightarrow{DF} = \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}} \overrightarrow{DC}$$

となる。

- (3) ベクトル  $\overrightarrow{EF}$  をベクトル  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{AD}$  で表すと、

$$\overrightarrow{EF} = \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カキ}}} \overrightarrow{AB} + \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}} \overrightarrow{AD}$$

となる。

- (4) 線分  $EF$  と線分  $BD$  の交点を  $P$  とおく。すると、点  $P$  は線分  $BD$  を  $\boxed{\text{コサ}} : \boxed{\text{シス}}$  に内分する。

右のページは白紙です。

**3**

(16 点)

- (1) 座標平面において、 $y = \sin x$  のグラフと  $y = \sin \frac{x}{2}$  のグラフの共有点で  $0 \leq x \leq 3\pi$  の範囲に存在するものは、原点以外に **ア** 個ある。また、 $0 \leq x \leq 30$  の範囲に存在する共有点は、原点以外に **イ** 個ある。
- (2)  $a$  を正の実数とする。 $y = \sin x$  のグラフと  $y = ax$  のグラフが原点以外で共有点をもつのは、 $a < \mathbf{ウ}$  のときである。 $a = \frac{1}{30}$  のとき、 $y = \sin x$  のグラフと  $y = ax$  のグラフの共有点で  $x \geq 0$  の範囲に存在するものは、原点以外に **エ** 個ある。

(円周率  $\pi$  の近似値が必要な場合は 3.14 として計算せよ。)

右のページは白紙です。

問題 **4** および **5** の解答はそれぞれの解答用紙に記入しなさい。

**4** (25 点)

$k$  を実数として、関数  $f(x)$  を

$$f(x) = \frac{2}{9} x e^{3x} + k$$

と定める。ただし、 $e$  は自然対数の底とする。次の設問に答えよ。

- (1)  $-1 \leq x \leq 2$  における  $f(x)$  の最大値と最小値、およびそれぞれのときの  $x$  の値を求めよ。ただし、最大値と最小値は  $k$  の式で表せ。

ここで、座標平面において、曲線  $y = f(x)$  上の点  $(1, f(1))$  における接線が原点を通るとする。その接線を  $\ell$  とおく。以下の設問に答えよ。

- (2) 実数  $k$  の値と直線  $\ell$  の方程式を求めよ。
- (3) 曲線  $y = f(x)$  と直線  $\ell$  と  $y$  軸で囲まれた図形の面積を求めよ。

右のページは白紙です。

**5**

(25 点)

座標平面上の円  $C: x^2 + y^2 = 9$  と直線  $\ell: y = -2x + 3$  を考える。次の設問に答えよ。

(1) 円  $C$  と直線  $\ell$  の 2 つの交点の座標を求めよ。

ここで、 $t$  を実数とし、直線  $\ell$  上に点  $P(t, -2t+3)$  をとる。以下の設問に答えよ。

(2) 点  $Q(u, v)$  が円  $C$  上を動くときの線分  $PQ$  の中点  $M$  の軌跡  $C'$  を考える。

ただし、もし 2 点  $P, Q$  が一致するならば、その一致する点を  $M$  とする。こうして得られる  $C'$  は円となる。 $C'$  の半径の値を求め、中心の座標を  $t$  の式で表せ。

(3) 点  $P$  が直線  $\ell$  上を動くとき、(2) で得られた円  $C'$  の中心の軌跡の方程式を求めよ。

(4) 円  $C$  と (2) で得られた円  $C'$  が外接するときの  $t$  の値を求めよ。