

J 1

数 学

この冊子は、数学の問題で 1 ページより 3 ページまであります。

〔注 意〕

- (1) 試験開始の指示があるまで、この冊子を開いてはいけません。
- (2) 受験番号等記入の指示があったら、直ちに解答用紙に志望学科・受験番号を記入
しなさい。
- (3) 解答は所定の解答用紙に記入したものが採点されます。
- (4) 試験開始の指示があったら、初めに問題冊子のページ数を確認しなさい。
- (5) 問題冊子は、試験終了後、持ち帰りなさい。

1この問題の解答は **1** の解答用紙に記入しなさい。

(40 点)

 $0 \leq a \leq 2$ を満たす a に対し、

$$f(a) = \int_0^2 |e^a - e^x| x dx$$

とする。ただし、 e は自然対数の底である。(1) $f(a)$ を求めなさい。(2) $0 \leq a \leq 2$ の範囲において、 $f(a)$ の最小値と最大値を求めなさい。

右のページは白紙です。

2この問題の解答は **2** の解答用紙に記入しなさい。

(30 点)

a を実数とする。座標平面において、曲線 $C: y = x^2$ と直線 $l: y = -2x + a$ が異なる 2 点で交わるとする。そのとき、2 つの交点を P, Q とする。 P を通り、 P における C の接線に垂直な直線を m 、 Q を通り、 Q における C の接線に垂直な直線を n とし、 m と n との交点を R とする。

- (1) P, Q の座標をそれぞれ $(p, p^2), (q, q^2)$ とする。 R の座標を p, q で表しなさい。
- (2) a のとりうる値の範囲を求めなさい。
- (3) a が (2) で求めた範囲を動くとき、点 R はどのような図形を描くかを答えなさい。

右のページは白紙です。

3この問題の解答は **3** の解答用紙に記入しなさい。

(30 点)

m, n はともに 2 以上の整数とする。番号 1 を記したカード、番号 2 を記したカード、..., 番号 m を記したカードがそれぞれ 1 枚ずつ、合計 m 枚が箱のなかに入っている。箱から 1 枚のカードを抜き取り、それに書かれている番号を記録してから、戻すという試行をくり返していき、次の [A]、[B] のいずれかで終了することにする。

[A] 試行の回数が $n-1$ 以下で、記録した番号の合計が初めて m の倍数になったら終了する。

[B] [A] で終了していないとき、 n 回目の試行で、取り出したカードの番号にかかわらず、終了する。

このとき、 k 回の試行で終了する確率を p_k とする ($k = 1, 2, 3, \dots, n$)。

- (1) k は $0 < k < n$ を満たす整数とする。このとき、 p_k を求めなさい。
- (2) p_n を求めなさい。
- (3) 次を計算しなさい。

$$\sum_{k=1}^n kp_k$$

必要なら、次を公式として使いなさい。

$$\sum_{i=1}^s ir^{i-1} = \frac{1 - (1+s)r^s + sr^{s+1}}{(1-r)^2} \quad (r \neq 1, s \text{ は自然数})$$

右のページは白紙です。