

J 1

数 学

この冊子は、数学の問題で 1 ページより 5 ページまであります。

[注 意]

- (1) 試験開始の指示があるまで、この冊子を開いてはいけません。
- (2) 受験番号等記入の指示があったら、直ちに解答用紙に志望学科・受験番号を記入しなさい。解答用マークシートには受験番号および氏名を記入し、さらに受験番号・志望学科をマークしなさい。
- (3) 解答は所定の解答用紙に記入したものおよび解答用マークシートにマークしたものだけが採点されます。
- (4) 解答用マークシートについて
 - ① 解答用マークシートは絶対に折り曲げてはいけません。
 - ② マークには黒鉛筆(H BまたはB)を使用しなさい。指定の黒鉛筆以外でマークした場合、採点できないことがあります。
 - ③ 誤ってマークした場合は消しゴムで丁寧に消し、消しくずを完全に取り除いたうえで、新たにマークしなさい。
 - ④ 解答欄のマークは横 1 行について 1 箇所に限ります。2 箇所以上マークすると採点されません。あいまいなマークは無効となるので、はっきりマークしなさい。
- (5) 試験開始の指示があったら、初めに問題冊子のページ数を確認しなさい。
- (6) 問題冊子は、試験終了後、持ち帰りなさい。

問題 1 の解答は解答用マークシートにマークしなさい。

1 次の (1), (2), (3) においては, 内の 1 つのカタカナに 0 から 9 までの数字が 1 つあてはまる。その数字を解答用マークシートにマークしなさい。与えられた枠数より少ない桁の数があてはまる場合は, 上位の桁を 0 とし, 右に詰めた数値としなさい。分数は既約分数とし, 値が整数の場合は分母を 1 としなさい。根号を含む形で解答する場合は, 根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

(50 点)

(1) O を原点とする座標平面を考える。

(a) 点 (5, 4) と直線 $l: 7x - 2y = 0$ との距離は

$$\frac{\begin{array}{|c|c|} \hline \text{ア} & \text{イ} \\ \hline \text{ウ} & \text{エ} \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|c|} \hline \text{オ} & \text{カ} \\ \hline \end{array}} \times \sqrt{\begin{array}{|c|c|} \hline \text{ } & \text{ } \\ \hline \end{array}}$$

(b) 整数 m ($1 \leq m \leq 9$) を x 座標, 整数 n ($1 \leq n \leq 9$) を y 座標としてもつ 81 個の点 $P(m, n)$ のうち, 直線 $l: 7x - 2y = 0$ 上にないものの中で, l との距離が最小になる点 P の座標は (キ, ク) と (ケ, コ) である。ただし, ク < コ とする。また, そのときの距離は

$$\frac{\begin{array}{|c|} \hline \text{サ} \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|c|} \hline \text{シ} & \text{ス} \\ \hline \end{array}} \times \sqrt{\begin{array}{|c|c|} \hline \text{セ} & \text{ソ} \\ \hline \end{array}}$$

(c) 整数 m ($1 \leq m \leq 9$) を x 座標, 整数 n ($1 \leq n \leq 9$) を y 座標としてもつ 81 個の点 $P(m, n)$ のうち, 原点 O と点 $Q(5, 11)$ および点 $P(m, n)$ を頂点とする三角形 OPQ の面積が最小になる点 P の座標は (タ, チ) と (ツ, テ) である。ただし, チ < テ とする。また, そのときの

$$\text{三角形 OPQ の面積は } \frac{\begin{array}{|c|} \hline \text{ト} \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|} \hline \text{ナ} \\ \hline \end{array}}$$

右のページは白紙です。

(2) 以下の問いに答えなさい。

(a) 方程式 $x^2 - 2x - 1 = 0$ の2つの解を α, β とすれば $\alpha + \beta = \boxed{\text{ア}}$,
 $\alpha\beta = -\boxed{\text{イ}}$ である。

(b) $a = \boxed{\text{ウ}}\boxed{\text{エ}}$, $b = -\boxed{\text{オ}}\boxed{\text{カ}}$ のとき x の整式 $P(x) = ax^5 + bx^4 + 1$
は $x^2 - 2x - 1$ で割り切れる。

右のページは白紙です。

(3) O を原点とする座標平面上に点 $P(3, 4)$ と点 $Q(7, 0)$ をとる。

(a) 三角形 OPQ の外接円の中心は $\left(\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}, \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}} \right)$ であり、半径は

$$\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}} \times \sqrt{\boxed{\text{キ}}} \text{ である。}$$

$\angle POQ$ の二等分線上に点 M をとり、点 M を中心として線分 OP 、線分 OQ に接する円 C を描く。

(b) 円 C が三角形 OPQ に内接するとき、円 C の半径は $\boxed{\text{ク}} - \sqrt{\boxed{\text{ケ}}}$ である。

(c) 点 P から円 C に引いた PO ではない方の接線と、点 Q から円 C に引いた QO ではない方の接線の交点が三角形 OPQ の外接円上にのるとき、 $\tan \angle PMQ = -\frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$ であり、円 C の半径は $\boxed{\text{シ}} - \frac{\sqrt{\boxed{\text{ス}} \boxed{\text{セ}}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ である。

右のページは白紙です。

問題 2 の解答は解答用紙 2 に記入しなさい。

2 以下の問いに答えなさい。

(25 点)

(1) x の関数 $y = \sqrt[3]{x} \cdot (\log x)^2$ を微分しなさい。ここで、 $\sqrt[3]{x}$ は x の 3 乗根であり、 $\log x$ は x の自然対数である。

(2) 2 つの曲線 $y = \tan x$ $\left(0 \leq x < \frac{\pi}{2}\right)$, $y = \cos x$ $\left(0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}\right)$ および x 軸で囲まれた部分の面積を求めなさい。

右のページは白紙です。

問題 3 の解答は解答用紙 3 に記入しなさい。

3 O を原点とする座標平面において、点 $A(2, 0)$ および点 $B(-4, 0)$ をとり、さらに $\angle OPA = 45^\circ$ を満たし、 y 座標が正である動点 P を考える。

(25 点)

- (1) 三角形 APB の面積が最大となるときの点 P の座標を求めなさい。
- (2) 線分 BP の長さが最大となるときの点 P の座標を求めなさい。
- (3) $\angle ABP = \theta$ ($0^\circ < \theta < 180^\circ$) が最大となるときの点 P の座標を求めなさい。