

K 1 数 学

この冊子は、数学の問題で 1 ページより 5 ページまであります。

[注 意]

- (1) 試験開始の指示があるまで、この冊子を開いてはいけません。
- (2) 受験番号等記入の指示があったら、直ちに解答用紙に志望学科・受験番号を記入しなさい。解答用マークシートには受験番号および氏名を記入し、さらに受験番号・志望学科をマークしなさい。
- (3) 解答は所定の解答用紙に記入したものおよび解答用マークシートにマークしたものだけが採点されます。
- (4) 解答用マークシートについて
 - ① 解答用マークシートは絶対に折り曲げてはいけません。
 - ② マークには黒鉛筆(H BまたはB)を使用しなさい。指定の黒鉛筆以外でマークした場合、採点できないことがあります。
 - ③ 誤ってマークした場合は消しゴムで丁寧に消し、消しくずを完全に取り除いたうえ、新たにマークしなさい。
 - ④ 解答欄のマークは横 1 行について 1 箇所に限ります。2 箇所以上マークすると採点されません。あいまいなマークは無効となるので、はっきりマークしなさい。
- (5) 試験開始の指示があったら、初めに問題冊子のページ数を確認しなさい。
- (6) 問題冊子は、試験終了後、持ち帰りなさい。

問題 1 の解答は解答用マークシートにマークしなさい。

1 次の (1), (2), (3) においては, 内の 1 つのカタカナに 0 から 9 までの数字が 1 つあてはまる。その数字を解答用マークシートにマークしなさい。与えられた枠数より少ない桁の数があてはまる場合は, 上位の桁を 0 とし, 右に詰めた数値としなさい。分数は既約分数とし, 値が整数の場合は分母を 1 としなさい。根号を含む形で解答する場合は, 根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

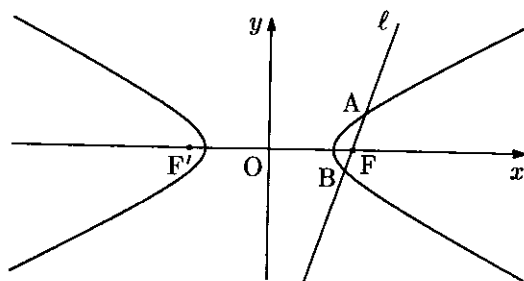
(50 点)

- (1) 下図のように, 双曲線 $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$ の右と左の焦点を F と F' とする。点 F を通り, 傾き k が正の直線 ℓ を, 双曲線と 2 点 A, B で交わるように引く。ただし, A, B の x 座標はいずれも正とする。

(a) 焦点 F の x 座標は $\sqrt{\text{ア}}$ である。

(b) k のとりうる値の範囲は $\frac{\text{イ}}{\text{ウ}} < k$ である。

(c) $F'A + F'B = 12$ のとき $AB = \text{エ}$ である。また, このとき, $k = \frac{\sqrt{\text{オ}}}{\text{カ}}$ である。



右のページは白紙です。

(2) 以下の問いに答えなさい。

(a) 不等式 $|\sqrt[3]{n} - \sqrt{3}| < 1$ を満たす自然数 n について考える。このような n で最小のものは ア であり、最大のものは イ ウ である。

(b) 不等式 $\left| \sqrt[3]{x^2 + x + 1} - \sqrt{3} \right| < 1$ を満たす実数 x のとりうる値の範囲は $-\text{エ} < x \leq -\text{オ}$ および $\text{カ} \leq x < \text{キ}$ である。ここで、実数 a に対して、 $[a]$ は a を超えない最大の整数を表す。

右のページは白紙です。

(3) a, b を実数とし, 2つの式

$$(*) \quad \begin{cases} \sin x + \cos y = a \\ \sin^3 x + \cos^3 y = b \end{cases}$$

を同時に満たす実数 x, y が存在するかどうかを考える。ただし, $a > 0$ とする。

(a) 上の (*) の2つの式を同時に満たす x, y が存在するとき,

$$\sin x \cos y = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} a^2 - \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}} \frac{b}{a}$$

が成り立つ。

(b) 上の (*) の2つの式を同時に満たす x, y が存在するための必要十分条件は,
 a, b が不等式

$$\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}} a^3 \leq b \leq \boxed{\text{キ}} a^3 - \boxed{\text{ク}} a^2 + \boxed{\text{ケ}} a, \quad 0 < a \leq \boxed{\text{コ}}$$

を満たすことである。

(c) x, y が上の (*) の2つの式を同時に満たし, さらに $\sin x \cos y = \frac{1}{3}$ を満たすとき, a, b はつねに等式 $b = \boxed{\text{サ}} a^3 - \boxed{\text{シ}} a$ を満たす。ここで, a のとりうる値の範囲は

$$\frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}} \times \sqrt{\boxed{\text{ソ}}} \leq a \leq \frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}}$$

である。

右のページは白紙です。

問題 **2** の解答は解答用紙 **2** に記入しなさい。

2 以下の問いに答えなさい。

(25 点)

- (1) 曲線 $2x^2 - 2xy + y^2 = 5$ 上の点 $(1, 3)$ における接線の方程式を求めなさい。
- (2) 放物線 $y = 2x - x^2$ と x 軸で囲まれた部分を、 y 軸のまわりに 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。

右のページは白紙です。

問題 **3** の解答は解答用紙 **3** に記入しなさい。

3 行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ で、 A によって表される座標平面上の移動 (1 次変換) f が
2 条件

- すべての x, y に対し、点 $P(x, y)$ の f による像を $P'(x', y')$ とすれば、点 $P'(x', y')$ の f による像は $P(x, y)$ である
- 点 $P(x, y)$ が直線 $y = \frac{1}{2}x$ 上にあるとき、点 $P(x, y)$ の f による像 $P'(x', y')$ もつねに直線 $y = \frac{1}{2}x$ 上にある

を満たすようなものを考える。ただし、 $a \geq 0$ とする。

(25 点)

- (1) $a = 1$ のとき、そのような行列 A をすべて求めなさい。
- (2) $a \neq 1$ のとき、行列 A の成分 b, c, d をそれぞれ a を用いて表しなさい。
- (3) $a \neq 1$ とする。点 $P(x, y)$ の f による像が $P(x, y)$ 自身であるとき、 y を x, a を用いて表しなさい。