

H 1 数 学

この冊子は、数学の問題で 1 ページより 4 ページまであります。

〔注 意〕

- (1) 試験開始の指示があるまで、この冊子を開いてはいけません。
- (2) 受験番号等記入の指示があったら、直ちに解答用紙に志望学科・受験番号を記入しなさい。解答用マークシートには受験番号および氏名を記入し、さらに受験番号・志望学科をマークしなさい。
- (3) 解答は所定の解答用紙に記入したものおよび解答用マークシートにマークしたものだけが採点されます。
- (4) 解答用マークシートについて
 - ① 解答用マークシートは絶対に折り曲げてはいけません。
 - ② マークには黒鉛筆(H BまたはB)を使用しなさい。指定の黒鉛筆以外でマークした場合、採点できないことがあります。
 - ③ 誤ってマークした場合は消しゴムで丁寧に消し、消しくずを完全に取り除いたうえ、新たにマークしなさい。
 - ④ 解答欄のマークは横 1 行について 1 箇所に限ります。2 箇所以上マークすると採点されません。あいまいなマークは無効となるので、はっきりマークしなさい。
- (5) 試験開始の指示があったら、初めに問題冊子のページ数を確認しなさい。
- (6) 問題冊子は、試験終了後、持ち帰りなさい。

問題 1 の解答は解答用マークシートにマークしなさい。

1 次の文章中の ア から ホ までに当てはまる数字 0～9 を求めて、解答用マークシートの指定された欄にマークしなさい。ただし、分数は既約分数として表しなさい。

(40 点、ただし数学科は 60 点)

(1) 座標平面において、関数 $y = x^2 + (2k - 1)x - 3k^2 + 9k - 2$ のグラフを C とする。ただし、 k は実数とする。 C と x 軸が異なる 2 点 P, Q で交わるのは、

$$k < \frac{\text{ア}}{\text{イ}} \quad \text{または} \quad k > \frac{\text{ウ}}{\text{エ}}$$

のときである。さらに点 P, Q の x 座標がともに正となるのは、

$$\frac{\text{オ} - \sqrt{\text{カ} \text{ キ}}}{\text{ク}} < k < \frac{\text{ケ}}{\text{コ}}$$

のときである。 C を x 軸方向に 3、 y 軸方向に -2 だけ平行移動した曲線を C' と

する。放物線 C' の軸が y 軸となるならば、 $k = \frac{\text{サ}}{\text{シ}}$ である。

右のページは白紙です。

- (2) $\triangle ABC$ において、 $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ の大きさを、それぞれ A, B, C で表す。

$$1 + \sin^2 B = \cos^2 A + \sin^2 C$$

が成り立つとき、 $C = \boxed{\text{ス}} \boxed{\text{セ}}^\circ$ である。また、この三角形の面積を 21、外接円の半径を 10 とするとき、辺 AB の長さは $AB = \boxed{\text{ソ}} \boxed{\text{タ}}$ で、さらに $BC + CA = \boxed{\text{チ}} \boxed{\text{ツ}}$ である。

- (3) 1つのさいころを続けて 3 回投げる。このとき、3 回とも偶数の目が出る確率は

$\frac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}}$ であり、少なくとも 1 回は偶数の目が出る確率は $\frac{\boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{ニ}}}$ である。また、

その 3 回の出る目の数の和が 9 となる確率は $\frac{\boxed{\text{ヌ}} \boxed{\text{ネ}}}{\boxed{\text{ノ}} \boxed{\text{ハ}} \boxed{\text{ヒ}}}$ であり、その和が

9 より小さくなる確率は $\frac{\boxed{\text{フ}}}{\boxed{\text{ヘ}} \boxed{\text{ホ}}}$ である。

右のページは白紙です。

問題 2 の解答は白色の解答用紙に記入しなさい。

2 関数 $f(x)$ を $f(x) = xe^{-x}$ と定める。ここで、 e は自然対数の底である。

- (1) $f(x)$ の第 1 次導関数 $f'(x)$ 、および、第 2 次導関数 $f''(x)$ を求めなさい。
- (2) 座標平面において、曲線 $C: y = f(x)$ 上の点における C の接線のうち、傾きが最小となるものを ℓ とする。その接線 ℓ の方程式を求めなさい。
- (3) (2) の接線 ℓ の下側の部分で、曲線 C 、接線 ℓ 、 x 軸の 3 つで囲まれた図形の面積を求めなさい。

(30 点、ただし数学科は 45 点)

右のページは白紙です。

問題 3 の解答はクリーム色の解答用紙に記入しなさい。

3 自然数 k, n に対し, $1^k, 2^k, 3^k, \dots, n^k$ の和を $S_k(n)$ とおく。例えば, $k = 1$ のとき, $S_1(n)$ を求めると, $S_1(n) = \frac{1}{2}n(n+1)$ である。

(1) $k = 2$ のとき, $S_2(n)$ を, 恒等式 $t^3 - (t-1)^3 = 3t^2 - 3t + 1$ を用いて求めなさい。

(2) $k = 3$ のとき, $S_3(n)$ を, 恒等式 $t^4 - (t-1)^4 = 4t^3 - 6t^2 + 4t - 1$ を用いて求めなさい。

(3) 一般に, 2 以上の自然数 k に対し,

$$S_k(n) = \frac{1}{k+1} \left\{ n^{k+1} - (-1)^k n - \sum_{j=1}^{k-1} (-1)^{k-j} {}_{k+1}C_j S_j(n) \right\}$$

が成り立つことを示しなさい。ここで, ${}_{k+1}C_j = \frac{(k+1)!}{j!(k+1-j)!}$ である。

(30 点, ただし数学科は 45 点)

右のページは白紙です。