

P 2 数 学

この冊子は、数学の問題で 1 ページより 3 ページまであります。

〔注 意〕

- (1) 試験開始の指示があるまで、この冊子を開いてはいけません。
- (2) 監督者から受験番号等記入の指示があったら、解答用紙に志望学科・受験番号を記入してください。
- (3) 解答は所定の解答用紙に記入したものが採点されます。
- (4) 試験開始の指示があったら、初めに問題冊子のページ数を確認してください。
ページの落丁・乱丁、印刷不鮮明等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
- (5) 問題冊子は、試験終了後、持ち帰ってください。

問題 1 の解答は解答用紙に記入せよ。答だけでなく答を導く過程も記入せよ。

1 楕円 $C: \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ を考える。 (50 点)

- (1) 楕円 C の外部の点 $P(X, Y)$ を通り、傾き m の直線が、楕円 C と接するための必要十分条件を X, Y, m の式で表せ。
- (2) 楕円 C の外部に点 $P(X, Y)$ があり、 P から C へ引いた 2 接線が垂直であるように P が動く。
- (a) P が x 軸の正の部分にあるときの P の座標を求めよ。
- (b) P が y 軸の正の部分にあるときの P の座標を求めよ。
- (c) 点 P の軌跡の方程式を求めよ。
- (d) 点 $P(X, Y)$ に対し、 $P'(-X, -Y)$ を考える。 P' から引いた 2 接線の傾きは P から引いた 2 接線の傾きとそれぞれ一致することを示せ。
- (e) P から 2 接線 L_1, L_2 , P' から 2 接線 K_1, K_2 を引く。ただし L_1 と K_1 , L_2 と K_2 はそれぞれ平行にとる。 L_1 と K_2 の交点を Q とし、 L_2 と K_1 の交点を Q' とする。 L_1, L_2, K_1, K_2 で囲まれる四辺形 $PQP'Q'$ を考える (図を参考にせよ)。 $PQP'Q'$ は長方形であることを示し、対角線 PP' の長さを求めよ。
- (f) 楕円 C の点 $(2 \cos \theta, \sin \theta)$ での接線を L とする。(c) で求めた軌跡と L の 2 交点を結ぶ線分の長さの 2 乗を $f(\theta)$ とおく。 $f(\theta)$ を θ で表し、 $f(\theta)$ の最大値、最小値を求めよ。
- (g) (e) で定めた長方形 $PQP'Q'$ の面積の最大値を求めよ。

問題 **2** の解答は解答用紙に記入せよ。答だけでなく答を導く過程も記入せよ。

2 $f(x) = x2^{-x^2}$ とするとき、以下の問いに答えよ。 (50点)

- (1) 関数 $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ を求めよ。
- (2) 関数 $f(x)$ の第2次導関数 $f''(x)$ を求めよ。
- (3) 曲線 $y = f(x)$ の変曲点をすべて求めよ。
- (4) 曲線 $y = f(x)$ の各変曲点での接線の方程式を求めよ。
- (5) 凹凸と対称性に注意して、 $y = f(x)$ のグラフの概形を描け。
- (6) 正の実数 t に対し、 $F(t) = \int_0^t f(x)dx$ を求めよ。
- (7) (6) で求めた $F(t)$ に対し、 $\lim_{t \rightarrow \infty} F(t)$ を求めよ。

右のページは白紙です。