

L 1 数 学

この冊子は、数学の問題で 1 ページより 4 ページまであります。

〔注 意〕

- (1) 試験開始の指示があるまで、この冊子を開いてはいけません。
- (2) 監督者から受験番号等記入の指示があったら、解答用マークシートに受験番号及び氏名を記入し、さらに受験番号・志望学科をマークしてください。
- (3) 解答は所定の解答用マークシートにマークしたものが採点されます。
- (4) 解答用マークシートについて
 - ① 解答用マークシートは絶対に折り曲げてはいけません。
 - ② マークには黒鉛筆(H BまたはB)を使用してください。指定の黒鉛筆以外でマークした場合、採点できないことがあります。
 - ③ 誤ってマークした場合は消しゴムで丁寧に消し、消しくずを完全に取り除いたうえ、新たにマークしてください。
 - ④ 解答欄のマークは横 1 行について 1 箇所に限ります。2 箇所以上マークすると採点されません。あいまいなマークは無効となるので、はっきりマークしてください。
- (5) 試験開始の指示があったら、初めに問題冊子のページ数を確認してください。

ページの落丁・乱丁、印刷不鮮明等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
- (6) 問題冊子は、試験終了後、持ち帰ってください。

問題 1 ~ 4 の各文章中の ア, イ, ウ, ... に当てはまる数字 0 ~ 9 を求めて、解答用マークシートの指定された欄にマークしなさい。ただし、分数は既約分数として表しなさい。根号の中は、4 でも 9 でも割り切れないものとします。

1 自然数 n に対して、 n の約数の個数を $D(n)$ 、 n の約数の総和を $S(n)$ 、 n の各約数の逆数の総和を $R(n)$ と書く。例えば $n = 6$ のとき、6 の約数は 1, 2, 3, 6 であるから $D(6) = 4$, $S(6) = 12$, $R(6) = 2$ である。
 n が 128, 243, 128×243 の場合に $D(n)$, $S(n)$, $R(n)$ をそれぞれ求めると、

$$\begin{aligned}
 D(128) &= \boxed{\text{ア}} \\
 S(128) &= \boxed{\text{イ}} \boxed{\text{ウ}} \boxed{\text{エ}} \\
 R(128) &= \frac{\boxed{\text{オ}} \boxed{\text{カ}} \boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}} \boxed{\text{ケ}} \boxed{\text{コ}}} \\
 D(243) &= \boxed{\text{サ}} \\
 S(243) &= \boxed{\text{シ}} \boxed{\text{ス}} \boxed{\text{セ}} \\
 R(243) &= \frac{\boxed{\text{ソ}} \boxed{\text{タ}} \boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}} \boxed{\text{テ}} \boxed{\text{ト}}} \\
 D(128 \times 243) &= \boxed{\text{ナ}} \boxed{\text{ニ}} \\
 S(128 \times 243) &= \boxed{\text{ヌ}} \boxed{\text{ネ}} \boxed{\text{ノ}} \boxed{\text{ハ}} \boxed{\text{ヒ}} \\
 R(128 \times 243) &= \frac{\boxed{\text{フ}} \boxed{\text{ヘ}} \boxed{\text{ホ}} \boxed{\text{マ}}}{\boxed{\text{ミ}} \boxed{\text{ム}} \boxed{\text{メ}} \boxed{\text{モ}}}
 \end{aligned}$$

である。

(25 点)

右のページは白紙です。

2

$$f(\theta) = \cos 3\theta + (1 - \sqrt{3}) \cos \theta \quad (0 < \theta < \frac{2}{3}\pi)$$

とする。

- (1) $x = \cos \theta$ とおくと, $0 < \theta < \frac{2}{3}\pi$ のとき x のとりうる値の範囲は

$$-\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} < x < \boxed{\text{ウ}}$$

である。また, $f(\theta)$ は x を用いて,

$$\boxed{\text{エ}} x^3 - (\boxed{\text{オ}} + \sqrt{\boxed{\text{カ}}})x$$

と表される。

- (2) $f(\theta)$ が極小となるとき

$$\cos \theta = \frac{\boxed{\text{キ}}\sqrt{2} + \boxed{\text{ク}}\sqrt{6}}{12}$$

で $f(\theta)$ の極小値を m とおくと

$$m = -\frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}\sqrt{\boxed{\text{サ}}} - \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}\boxed{\text{セ}}}\sqrt{\boxed{\text{ソ}}}$$

である。

- (3) a を定数として, 方程式 $f(\theta) + a = 0$ を考える。 $0 < \theta < \frac{2}{3}\pi$ に解がちょうど 2 個存在する定数 a の範囲は

$$-\boxed{\text{タ}} + \sqrt{\boxed{\text{チ}}} < a < -m$$

である。

(25 点)

右のページは白紙です。

3

すべて同じ大きさの赤球 4 個と白球 2 個が入っている箱がある。この箱の中から、同時に 3 個の球を取り出し、球の色を調べた後、箱に戻すという試行を繰り返して行う反復試行を考える。

- (1) 1 回の試行で、取り出した球の中に含まれる白球の個数を k ($k = 0, 1, 2$) とする。 $k = 2$ となる確率は $\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ であり、 $k \geq 1$ となる確率は $\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ である。

また、 $k = \boxed{\text{オ}}$ となる確率が最大で、その値は $\frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$ である。

取り出した球の中に白球が 2 個含まれるという事象が 2 回起こった場合には、それ以上の試行は行わず反復試行を終了する。また、行った試行の回数が 5 となった場合には、6 回目の試行は行わず反復試行を終了するものとする。

- (2) 反復試行を終了するまでの試行の回数が 3 となる確率は $\frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}} \boxed{\text{コ}} \boxed{\text{サ}}}$ である。

- (3) 反復試行を終了するまでの試行の回数が 4 以上となる確率は $\frac{\boxed{\text{シ}} \boxed{\text{ス}} \boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}} \boxed{\text{タ}} \boxed{\text{チ}}}$ である。

- (4) 反復試行を終了するまでの試行の回数の期待値は $\frac{\boxed{\text{ツ}} \boxed{\text{テ}} \boxed{\text{ト}} \boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{ニ}} \boxed{\text{ヌ}} \boxed{\text{ネ}}}$ である。

(25 点)

右のページは白紙です。

4

放物線 $y = x^2$ 上の 2 点 $A(a, a^2), B(b, b^2)$ ($0 \leq a < b$) に対して, $L(a, b)$ を線分 AB の長さとし, $S(a, b)$ を線分 AB と放物線 $y = x^2$ で囲まれた図形の面積とする。

(1)

$$\frac{L(a, b)^6}{S(a, b)^2} = \boxed{\text{ア}} \boxed{\text{イ}} (a^2 + \boxed{\text{ウ}} ab + b^2 + \boxed{\text{エ}}) \boxed{\text{オ}}$$

である。

(2) $0 < a < b$ に対して,

$$\frac{S(a, b)}{S(0, a)} = \frac{(b - a) \boxed{\text{カ}}}{a \boxed{\text{キ}}}$$

である。

(3) $0 < a < b$, $L(0, a) = L(a, b)$ とすると,

$$a = \frac{-1 + \sqrt{\boxed{\text{ク}} b^4 + \boxed{\text{ケ}} b^2 + \boxed{\text{コ}}}}{\boxed{\text{サ}} b}$$

であり,

$$\frac{b}{a} = \frac{1 + \sqrt{\boxed{\text{シ}} b^4 + \boxed{\text{ス}} b^2 + \boxed{\text{セ}}}}{\boxed{\text{ソ}} b^2 + \boxed{\text{タ}}}$$

である。

(25 点)

右のページは白紙です。