

# A 2 数 学

この冊子は、数学の問題で 1 ページより 2 ページまであります。

## 〔注 意〕

- (1) 試験開始の指示があるまで、この冊子を開いてはいけません。
- (2) 監督者から受験番号等記入の指示があったら、解答用紙に志望学科・受験番号を記入してください。
- (3) 解答は所定の解答用紙に記入したものが採点されます。
- (4) 試験開始の指示があったら、初めに問題冊子のページ数を確認してください。  
ページの落丁・乱丁、印刷不鮮明等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
- (5) 問題冊子は、試験終了後、持ち帰ってください。

問題 **1** の解答は解答用紙に記入せよ。答だけでなく答を導く過程も記入せよ。

**1**  $a, b$  を実数として、 $x$  の 4 次関数  $f(x) = x^4 - ax^2 + bx$  を考える。次の問いに答えよ。 (40 点)

- (1)  $s, t$  を異なる実数とする。曲線  $y = f(x)$  の、 $x = s$  における接線の傾きと、 $x = t$  における接線の傾きが等しいとき、 $a$  を  $s$  と  $t$  を用いて表せ。
- (2) 曲線  $y = f(x)$  が異なる 2 点で共通の接線  $l$  をもつとし、その接点の  $x$  座標の一つを  $s$  とする。
- (a)  $a$  を  $s$  を用いて表せ。
- (b)  $l$  の方程式を、 $a$  と  $b$  を用いて表せ。
- (3) 関数  $f(x)$  が極大値をもつための必要十分条件を  $a$  と  $b$  に関する不等式で与えよ。

右のページは白紙です。

問題 **2** の解答は**解答用紙**に記入せよ。答だけでなく答を導く過程も記入せよ。

**2**

$s, t$  を実数とし、 $0 < s < 1$  とする。座標空間内の 3 点

$$P((2-s) + s \cos t, 0, (2-s) + s \sin t),$$

$$Q\left(\frac{2-s}{\sqrt{2}} + \frac{s}{\sqrt{2}} \cos t, \frac{2-s}{\sqrt{2}} + \frac{s}{\sqrt{2}} \cos t, (2-s) + s \sin t\right),$$

$$R(0, 0, (2-s) + s \sin t)$$

について、次の問いに答えよ。

(60 点)

(1)  $P, Q, R$  を含む平面の方程式を求めよ。

(2)  $RP = RQ$  を示せ。

点  $Q$  は、点  $R$  を中心とし  $RP$  を半径とする円周上に存在する。このとき、弦  $PQ$  に対する弧  $PQ$  と、半径  $RP$  および半径  $RQ$  で囲まれる扇形を  $C$  とする。ただし、 $C$  の中心角  $\angle PRQ$  は  $\pi$  以下とする。

(3)  $C$  の面積を  $s$  と  $t$  を用いて表せ。

(4)  $t$  が  $-\frac{\pi}{2} \leq t \leq \frac{\pi}{2}$  の範囲を動くとき、 $R$  の  $z$  座標の動く範囲を  $s$  を用いて表せ。

(5)  $t$  が  $-\frac{\pi}{2} \leq t \leq \frac{\pi}{2}$  の範囲を動くとき、扇形  $C$  が通過する部分の体積  $V_1$  を  $s$  を用いて表せ。

(6)  $t$  が  $\frac{\pi}{2} \leq t \leq \frac{3\pi}{2}$  の範囲を動くとき、扇形  $C$  が通過する部分の体積  $V_2$  を  $s$  を用いて表せ。

(7) 上の (5), (6) の  $V_1, V_2$  に対して、 $s$  が  $\frac{1}{4} \leq s \leq \frac{1}{2}$  の範囲を動くときの  $V_1 - V_2$  の最大値とそのときの  $s$  の値を求めよ。

右のページは白紙です。