

E 1 数 学

この冊子は、数学の問題で 1 ページより 5 ページまであります。

〔注 意〕

- (1) 試験開始の指示があるまで、この冊子を開いてはいけません。
- (2) 監督者から受験番号等記入の指示があったら、解答用紙には志望学科・受験番号を記入してください。解答用マークシートには受験番号及び氏名を記入し、さらに受験番号・志望学科をマークしてください。
- (3) 解答は所定の解答用紙に記入したもの及び解答用マークシートにマークしたものだけが採点されます。
- (4) 解答用マークシートについて
 - ① 解答用マークシートは絶対に折り曲げてはいけません。
 - ② マークには黒鉛筆(H BまたはB)を使用してください。指定の黒鉛筆以外でマークした場合、採点できないことがあります。
 - ③ 誤ってマークした場合は消しゴムで丁寧に消し、消しくずを完全に取り除いたうえ、新たにマークしてください。
 - ④ 解答欄のマークは横 1 行について 1 箇所に限ります。2 箇所以上マークすると採点されません。あいまいなマークは無効となるので、はっきりマークしてください。
- (5) 試験開始の指示があったら、初めに問題冊子のページ数を確認してください。ページの落丁・乱丁、印刷不鮮明等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
- (6) 問題冊子は、試験終了後、持ち帰ってください。

問題 1 の解答は解答用マークシートにマークしなさい。

1 次の (1), (2), (3) においては, 内の 1 つのカタカナに 0 から 9 までの数字が 1 つあてはまる。その数字を解答用マークシートにマークしなさい。与えられた枠数より少ない桁の数があてはまる場合は, 上位の桁を 0 とし, 右に詰めた数値としなさい。分数は既約分数とし, 値が整数の場合は分母を 1 としなさい。根号を含む形で解答する場合は, 根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

(50 点)

(1) a, b, c を整数とすると, 以下の問いに答えなさい。

(a) $a + b + c = 10$, $a \geq 1$, $b \geq 1$, $c \geq 1$ を満たす整数解 a, b, c の組の総数は ア イ である。

(b) $a + b + c \leq 10$, $a \geq 1$, $b \geq 1$, $c \geq 1$ を満たす整数解 a, b, c の組の総数は ウ エ オ である。

(c) $a + b + c \leq 10$, $7 \geq a \geq 1$, $7 \geq b \geq 1$, $7 \geq c \geq 1$ を満たす整数解 a, b, c の組の総数は カ キ ク である。

右のページは白紙です。

(2) $\angle B = 2\angle A$ を満たす $\triangle ABC$ について、以下の問いに答えなさい。

(a) 式 $\frac{\sin B + \sin C}{\sin A}$ がとりうる値の範囲は

$$\boxed{\text{ア}} < \frac{\sin B + \sin C}{\sin A} < \boxed{\text{イ}}$$

である。

(b) $AB = 2$, $AC = 3$ のとき、

$$\cos A = \frac{\boxed{\text{ウ}} + \sqrt{\boxed{\text{エ}} \boxed{\text{オ}}}}{\boxed{\text{カ}}}$$

であり、

$$BC = -\boxed{\text{キ}} + \sqrt{\boxed{\text{ク}} \boxed{\text{ケ}}}$$

である。

右のページは白紙です。

- (3) 座標平面上に、点 A(0, 2), B(4, 0) および放物線 $C: y = -x^2 + mx + 1$ (ただし、 m は実数の定数) がある。2 点 A(0, 2), B(4, 0) を通る直線を l とする。

- (a) 放物線 C と直線 l が 2 個の異なる共有点をもつのは、

$$m < -\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}, \quad m > \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$$

のときである。

以下、放物線 C と直線 l が 2 個の異なる共有点をもつ場合について考え、この 2 個の共有点を P, Q とする。

- (b) 点 P と点 Q のすくなくとも一方が線分 AB (端点 A, B を含む) 上にあるのは

$$m > \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$$

のときである。

- (c) 点 P と点 Q がともに、線分 AB (端点 A, B を含む) 上にあるのは

$$\frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}} < m \leq \frac{\boxed{\text{ケ}} \boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$$

のときである。また、 m がこの範囲内で動くとき、線分 PQ の長さは、

$$m = \frac{\boxed{\text{シ}} \boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}} \text{ で最大値 } \frac{\boxed{\text{ソ}} \boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}} \times \sqrt{\boxed{\text{ツ}}} \text{ をとる。}$$

右のページは白紙です。

問題 **2** の解答は解答用紙 **2** に記入しなさい。

2 以下の問いに答えなさい。

(25 点)

(1) 関数 $y = x^{\sqrt{x}}$ (ただし, $x > 0$) について, 導関数 y' を求め, $y' = 0$ となる x の値を求めなさい。

(2) 連立不等式

$$\begin{cases} \frac{1}{4}x^2 \leq y \leq \frac{1}{2}x^2 \\ \frac{1}{4}y^2 \leq x \leq \frac{1}{2}y^2 \\ x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$$

で表される領域の面積を求めなさい。

右のページは白紙です。

問題 **3** の解答は解答用紙 **3** に記入しなさい。

3 O を原点とする座標平面において、円 $x^2 + y^2 = 4$ の外部の点 A からこの円に 2 本の接線を引き、その接点を P, Q とする。線分 PQ の中点を M とし、 M の座標を (s, t) とする。

(25 点)

(1) 点 A の座標が (a, b) であるとき、 a, b を用いて、点 M の座標 (s, t) を表しなさい。

(2) 点 A が直線 $2x + 3y = 12$ 上を動くとき、点 M の軌跡を求めなさい。