

T 1 数 学

この冊子は、数学の問題で1ページより5ページまであります。

[注 意]

- (1) 試験開始の指示があるまで、この冊子を開いてはいけません。
- (2) 監督者から受験番号等記入の指示があったら、解答用紙に志望学科と受験番号を記入してください。また、解答用マークシートには受験番号と氏名を記入し、さらに受験番号と志望学科をマークしてください。
- (3) 解答は、所定の解答用紙に記入したものと及び解答用マークシートにマークしたものだけが採点されます。
- (4) 解答用マークシートについて
 - ① 解答用マークシートは、絶対に折り曲げてはいけません。
 - ② マークには黒鉛筆(HBまたはB)を使用してください。指定の黒鉛筆以外でマークした場合、採点できないことがあります。
 - ③ 誤ってマークした場合は、消しゴムで丁寧に消し、消しくずを完全に取除いたうえで、新たにマークしてください。
 - ④ 解答欄のマークは、横1行について1箇所に限ります。2箇所以上マークすると採点されません。あいまいなマークは無効となるので、はっきりマークしてください。
 - ⑤ 解答用マークシート上部に記載されている解答上の注意事項を、必ず読んでから解答してください。
- (5) 試験開始の指示があったら、初めに問題冊子のページ数を確認してください。ページの落丁・乱丁、印刷不鮮明等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
- (6) 問題冊子は、試験終了後、持ち帰ってください。

問題 1 の解答は解答用マークシートにマークしなさい。

1 次の (1), (2), (3) においては, 内の 1 つのカタカナに 0 から 9 までの数字が 1 つあてはまる。その数字を解答用マークシートにマークしなさい。与えられた枠数より少ない桁の数があてはまる場合は, 上位の桁を 0 とし, 右に詰めた数値としなさい。分数は既約分数とし, 値が整数の場合は分母を 1 としなさい。根号を含む形で解答する場合は, 根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

(50 点)

(1) 不等式 $|3^x - 3^{-x}| \leq \frac{3}{2}$ をみたす実数 x に対して, 以下の問いに答えなさい。

(a) $3^x + 3^{-x}$ のとりうる値の範囲は,

$$\boxed{\text{ア}} \leq 3^x + 3^{-x} \leq \frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$$

である。

(b) $2 \cdot 9^x + 2 \cdot 9^{-x} - 3^{x+2} - 3^{-x+2}$ のとりうる値の範囲は,

$$-\frac{\boxed{\text{エ}} \boxed{\text{オ}} \boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}} \leq 2 \cdot 9^x + 2 \cdot 9^{-x} - 3^{x+2} - 3^{-x+2} \leq -\boxed{\text{ク}} \boxed{\text{ケ}}$$

である。

右のページは白紙です。

(2) 等式 $x^2 - 6xy + 12y^2 = 1$ をみたす正の実数 x, y を考える。

(a) $z = x + 3y$ は

$$x = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}} \mid \boxed{\text{ウ}}} \times \sqrt{\boxed{\text{エ}} \mid \boxed{\text{オ}}}, \quad y = \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}} \mid \boxed{\text{ク}}} \times \sqrt{\boxed{\text{ケ}} \mid \boxed{\text{コ}}}$$

のとき、最大値 $\sqrt{\boxed{\text{サ}} \mid \boxed{\text{シ}}}$ をとる。

(b) $z = xy$ は

$$x = \frac{\sqrt{\boxed{\text{ス}}} + \sqrt{\boxed{\text{セ}}}}{\boxed{\text{ソ}}}, \quad y = \frac{\boxed{\text{タ}} \sqrt{\boxed{\text{チ}}} + \sqrt{\boxed{\text{ツ}}}}{\boxed{\text{テ}} \mid \boxed{\text{ト}}}$$

のとき、最大値 $\frac{\boxed{\text{ナ}} + \boxed{\text{ニ}} \sqrt{\boxed{\text{ヌ}}}}{\boxed{\text{ネ}}}$ をとる。

ただし、 $\boxed{\text{ス}} < \boxed{\text{セ}}$ とする。

右のページは白紙です。

- (3) 原点を O とする座標平面において、3点 $A(1,0)$ 、 $B(1,a)$ 、 $C(0,a)$ をとる。ただし、 a は $a > 1$ の定数である。点 P を線分 AB 上に、点 Q を長方形 $OABC$ の内部または辺上にとり、点 P の座標を $(1,p)$ とする。以下、3点 O, P, Q が正三角形の3頂点となる場合について考える。

(a) 点 Q の座標は $\left(\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} - \frac{\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}}{\boxed{\text{エ}}} p, \frac{\sqrt{\boxed{\text{オ}}}}{\boxed{\text{カ}}} + \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}} p \right)$ である。

(b) 点 Q が線分 BC 上にあるとき、 a のとりうる値の最大値は $\frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}} \times \sqrt{\boxed{\text{サ}}}$ である。

- (c) 点 P が動くとき、 $\triangle OPQ$ の面積の最大値は a の値によって異なる。その最大値は

$$a > \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}} \times \sqrt{\boxed{\text{セ}}} \text{ のとき, } \frac{\sqrt{\boxed{\text{ソ}}}}{\boxed{\text{タ}}} \text{ であり,}$$

$$1 < a \leq \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}} \times \sqrt{\boxed{\text{セ}}} \text{ のとき, } \sqrt{\boxed{\text{チ}}} a^2 - \boxed{\text{ツ}} a + \sqrt{\boxed{\text{テ}}} \text{ である.}$$

右のページは白紙です。

問題 **2** の解答は解答用紙 **2** に記入しなさい。

2 以下の問いに答えなさい。

(25 点)

(1) 定積分 $\int_0^{\frac{3}{4}\pi} \sqrt{1 - \cos 4x} dx$ を求めなさい。

(2) 実数 t について、区間 $t \leq x \leq t+1$ における実数 x の関数 $f(x) = x^2 - 6x + 2$ の最小値 $g(t)$ を求めなさい。

右のページは白紙です。

問題 **3** の解答は解答用紙 **3** に記入しなさい。

3 座標平面上において x 軸上の点 $P(p, 0)$ から放物線 $y = \frac{1}{2}(x^2 + 1)$ に 2 本の接線を引く。2 つの接点をそれぞれ A, B とし、 A の x 座標を α 、 B の x 座標を β とする。 $\alpha > \beta$ として以下の問いに答えなさい。

(25 点)

- (1) α を用いて p を表しなさい。
- (2) α を用いて β を表しなさい。
- (3) $\triangle PAB$ の面積を S とするとき、 α を用いて S を表しなさい。