

# F 1 数 学

この冊子は、数学の問題で 1 ページより 5 ページまであります。

## 〔注 意〕

- (1) 試験開始の指示があるまで、この冊子を開いてはいけません。
- (2) 監督者から受験番号等記入の指示があったら、解答用紙に志望学科と受験番号を記入してください。また、解答用マークシートに受験番号と氏名を記入し、さらに受験番号と志望学科をマークしてください。
- (3) 解答は、所定の解答用紙に記入したもの及び解答用マークシートにマークしたものだけが採点されます。
- (4) 解答用マークシートについて
  - ① 解答用マークシートは、絶対に折り曲げてはいけません。
  - ② マークには黒鉛筆(HBまたはB)を使用してください。指定の黒鉛筆以外でマークした場合、採点できないことがあります。
  - ③ 誤ってマークした場合は、消しゴムで丁寧に消し、消しくずを完全に取り除いたうえ、新たにマークしてください。
  - ④ 解答欄のマークは、横 1 行について 1 箇所に限ります。2 箇所以上マークすると採点されません。あいまいなマークは無効となるので、はっきりマークしてください。
  - ⑤ 解答用マークシート上部に記載されている解答上の注意事項を、必ず読んでから解答してください。
- (5) 試験開始の指示があったら、初めに問題冊子のページ数を確認してください。ページの落丁・乱丁、印刷不鮮明等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
- (6) 問題冊子は、試験終了後、持ち帰ってください。





問題 1 の解答は解答用マークシートにマークせよ。

1 次の   内のアからフにあてはまる 0 から 9 までの数字を求め、その数字を解答用マークシートの解答欄の指定された行にマークせよ。ただし、  は 2 桁の数を表す。値が根号を含む場合は、根号の中にあらわれる自然数が最小になる形で表すものとする。また、分数は既約分数として表すものとする。 (40 点)

(1) 1 から 8 までの番号が 1 つずつ書かれた 8 枚のカードがある。

(a) この 8 枚のカードから 2 枚を同時に抜き出したときの番号の和の期待値は ア である。

(b) この 8 枚のカードから 2 枚を同時に抜き出すとき、2 つの番号の和が 8 以上である確率は  $\frac{\begin{array}{|c|c|} \hline \text{イ} & \text{ウ} \\ \hline \text{エ} & \text{オ} \\ \hline \end{array}}{\quad}$  である。

(c) この 8 枚のカードから 2 枚を同時に抜き出すとき、2 つの番号の積が 4 の倍数である確率は  $\frac{\begin{array}{|c|} \hline \text{カ} \\ \hline \text{キ} \\ \hline \end{array}}{\quad}$  である。

右のページは白紙です。



(2)  $a, b, c, d, \alpha, \beta$  は実数とし、次の 2 つの等式が  $x$  についての恒等式となるとする。

$$(x + \alpha)(x^2 + ax + b) = x^3 + cx^2 + 39x + 56$$

$$(x + \beta)(x^2 + ax + b) = x^3 + dx^2 + 31x + 42$$

このとき、

(a)  $b + \alpha a = \boxed{\text{ク}} \boxed{\text{ケ}}$ ,  $b + \beta a = \boxed{\text{コ}} \boxed{\text{サ}}$ ,  $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$  である。

(b)  $a = \boxed{\text{セ}}$ ,  $b = \boxed{\text{ソ}}$ ,  $c = \boxed{\text{タ}} \boxed{\text{チ}}$ ,  $d = \boxed{\text{ツ}} \boxed{\text{テ}}$  である。

右のページは白紙です。



(3)  $f(x) = |\cos x| - \cos x$  とする。

(a)  $f(x) = 1$  を満たす  $x$  ( $x > 0$ ) の値を小さい順に  $a_1, a_2, a_3, \dots$  とする。

このとき,

$$a_1 = \frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}} \pi, \quad a_2 = \frac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}} \pi, \quad a_3 = \frac{\boxed{\text{ネ}}}{\boxed{\text{ノ}}} \pi$$

である。

(b) 定積分  $\int_{a_1}^{a_3} f(x) \sin(x + a_2) dx$  の値は  $\frac{\boxed{\text{ハ}}}{\boxed{\text{ヒ}}} \sqrt{\boxed{\text{フ}}} \pi$  である。

右のページは白紙です。





問題 **2** の解答は解答用紙に記入せよ。答だけでなく答を導く過程も記入せよ。

**2** 座標平面において、曲線  $C: y = 2x - xe^{-x}$  と直線  $\ell: y = 2x$  がある。ただし、 $e$  は自然対数の底とする。 $a$  は  $a > 1$  を満たす実数とし、直線  $x = a$  と曲線  $C$  の交点を  $A$ 、直線  $x = a$  と直線  $\ell$  の交点を  $B$  とする。また、曲線  $C$  上の点  $A$  における接線と直線  $\ell$  の交点を  $P$  とし、点  $P$  の  $x$  座標を  $p$  とする。このとき、次の問いに答えよ。

(30 点)

- (1) 曲線  $C$  上の点  $A$  における接線の方程式を求めよ。
- (2)  $p$  を  $a$  を用いて表せ。
- (3) 曲線  $C$  と直線  $\ell$  および 2 直線  $x = a, x = p$  で囲まれた図形の面積を  $S(a)$  とし、三角形  $ABP$  の面積を  $T(a)$  とする。
  - (a)  $T(a)$  を  $a$  を用いて表せ。
  - (b)  $S(a)$  を  $a$  を用いて表せ。
  - (c) 極限值  $\lim_{a \rightarrow \infty} \frac{S(a)}{T(a)}$  を求めよ。

右のページは白紙です。



問題 **3** の解答は解答用紙に記入せよ。答だけでなく答を導く過程も記入せよ。

**3** 数列  $\{a_n\}, \{b_n\}$  は

- $\tan a_n = \frac{1}{n^2 + n + 1}, \quad 0 < a_n < \frac{\pi}{2}$
- $\tan b_n = \alpha n + \beta \quad (\alpha, \beta \text{ は定数}), \quad -\frac{\pi}{2} < b_n < \frac{\pi}{2}$
- $\tan a_n = \tan(b_{n+1} - b_n)$

を満たすとする ( $n = 1, 2, 3, \dots$ )。このとき、次の問いに答えよ。 (30 点)

- (1)  $\alpha$  と  $\beta$  を求めよ。
- (2)  $b_1$  を求めよ。
- (3) 極限值  $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n$  を求めよ。ただし、必要ならば、

$$\frac{\pi}{2} - x < \tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \quad \left(0 < x < \frac{\pi}{2}\right)$$

が成り立つことを用いてもよい。

- (4) 無限級数  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  の和を求めよ。
- (5) 自然数  $n$  に対し、 $\tan(b_{n+1} - b_{n-1})$  を  $n$  の式で表せ。ただし、 $b_0 = 0$  とする。
- (6) 無限級数  $\sum_{n=1}^{\infty} (b_{n+1} - b_{n-1})$  の和を求めよ。ただし、 $b_0 = 0$  とする。

右のページは白紙です。







