

F 1 数 学

この冊子は、数学の問題で 1 ページより 5 ページまであります。

〔注 意〕

- (1) 試験開始の指示があるまで、この冊子を開いてはいけません。
- (2) 監督者から受験番号等記入の指示があつたら、解答用紙に志望学科と受験番号を記入してください。また、解答用マークシートに受験番号と氏名を記入し、さらに受験番号と志望学科をマークしてください。
- (3) 解答は、所定の解答用紙に記入したもの及び解答用マークシートにマークしたものだけが採点されます。
- (4) 解答用マークシートについて
 - ① 解答用マークシートは、絶対に折り曲げてはいけません。
 - ② マークには黒鉛筆(H B または B)を使用してください。指定の黒鉛筆以外でマークした場合、採点できないことがあります。
 - ③ 誤ってマークした場合は、消しゴムで丁寧に消し、消しきずを完全に取り除いたうえ、新たにマークしてください。
 - ④ 解答欄のマークは、横 1 行について 1 箇所に限ります。2 箇所以上マークすると採点されません。あいまいなマークは無効となるので、はっきりマークしてください。
 - ⑤ 解答用マークシート上部に記載されている解答上の注意事項を、必ず読んでから解答してください。
- (5) 試験開始の指示があつたら、初めに問題冊子のページ数を確認してください。ページの落丁・乱丁、印刷不鮮明等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
- (6) 問題冊子は、試験終了後、持ち帰ってください。





問題 **1** の解答は解答用マークシートにマークせよ。

1 次の **□** 内のアからフにあてはまる 0 から 9 までの数字を求め、その数字を
解答用マークシートの解答欄の指定された行にマークせよ。ただし、**□** は 2
桁の数を表す。値が根号を含む場合は、根号の中にあらわれる自然数が最小になる
形で表すものとする。また、分数は既約分数として表すものとする。 (40 点)

(1) 1 から 8 までの番号が 1 つずつ書かれた 8 枚のカードがある。

(a) この 8 枚のカードから 2 枚を同時に抜き出したときの番号の和の期待値は
ア である。

(b) この 8 枚のカードから 2 枚を同時に抜き出すとき、2 つの番号の和が 8 以
上である確率は **イ ウ**
エ オ である。

(c) この 8 枚のカードから 2 枚を同時に抜き出すとき、2 つの番号の積が 4 の
倍数である確率は **カ**
キ である。

右のページは白紙です。



(2) $a, b, c, d, \alpha, \beta$ は実数とし、次の 2 つの等式が x についての恒等式となると
する。

$$(x + \alpha)(x^2 + ax + b) = x^3 + cx^2 + 39x + 56$$

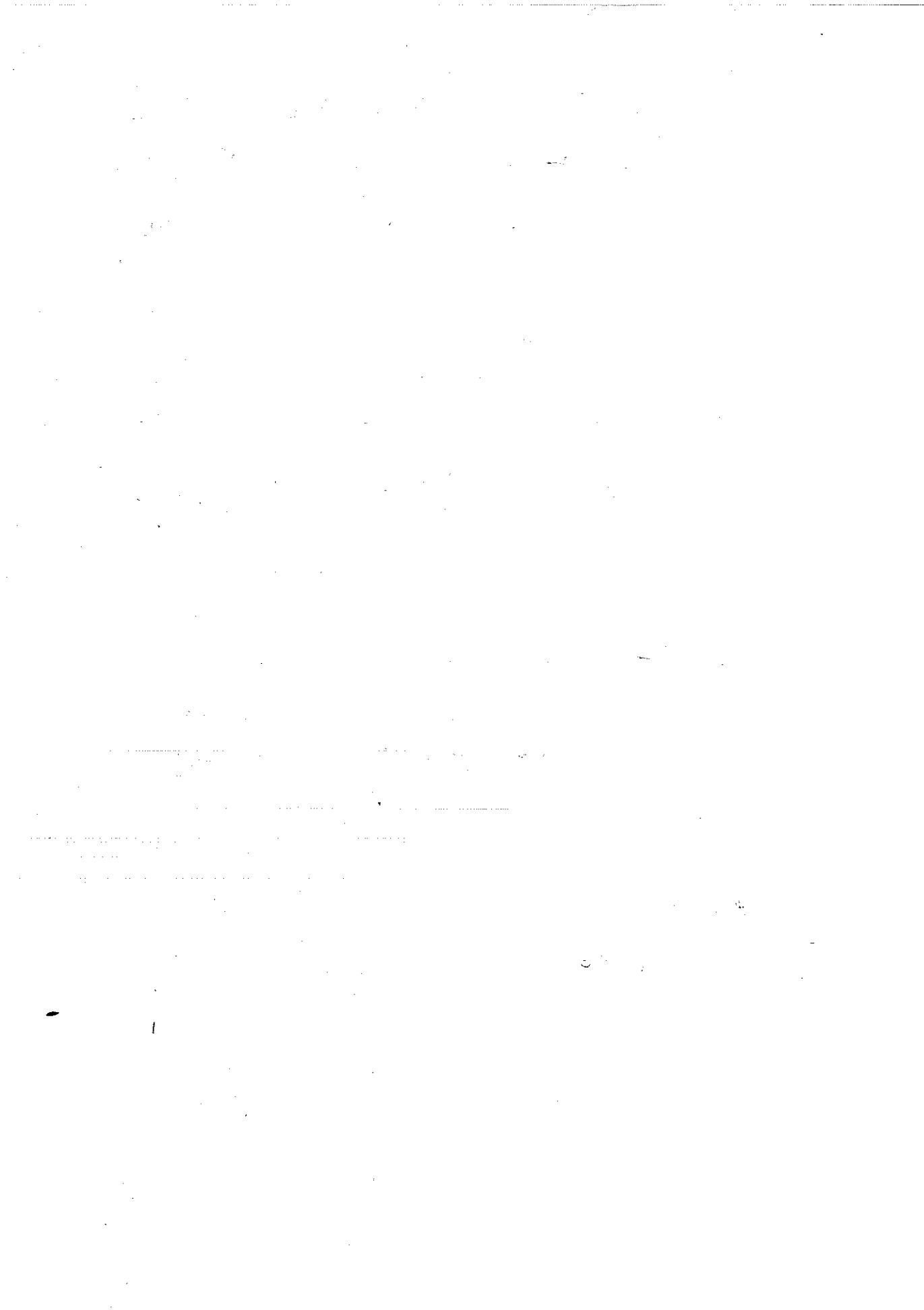
$$(x + \beta)(x^2 + ax + b) = x^3 + dx^2 + 31x + 42$$

このとき、

(a) $b + \alpha a = \boxed{\text{ク}}\boxed{\text{ケ}}, b + \beta a = \boxed{\text{コ}}\boxed{\text{サ}}, \frac{\alpha}{\beta} = \boxed{\begin{array}{c} \text{シ} \\ \text{ス} \end{array}}$ である。

(b) $a = \boxed{\text{セ}}, b = \boxed{\text{ソ}}, c = \boxed{\text{タ}}\boxed{\text{チ}}, d = \boxed{\text{ツ}}\boxed{\text{テ}}$ である。

右のページは白紙です。



(3) $f(x) = |\cos x| - \cos x$ とする。

(a) $f(x) = 1$ を満たす $x (x > 0)$ の値を小さい順に a_1, a_2, a_3, \dots とする。

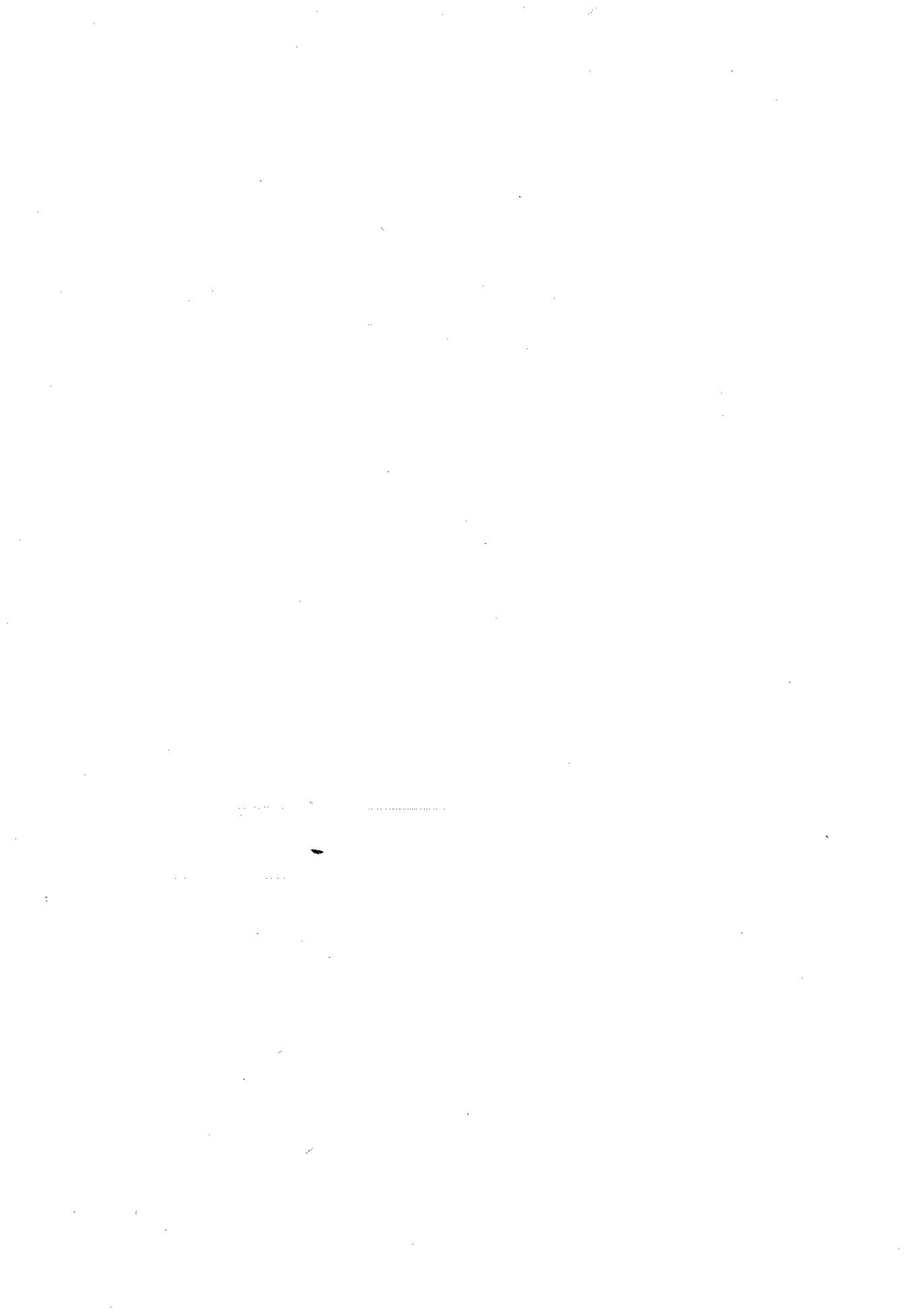
このとき,

$$a_1 = \frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}} \pi, \quad a_2 = \frac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}} \pi, \quad a_3 = \frac{\boxed{\text{ネ}}}{\boxed{\text{ノ}}} \pi$$

である。

(b) 定積分 $\int_{a_1}^{a_3} f(x) \sin(x + a_2) dx$ の値は $\frac{\boxed{\text{ハ}}}{\boxed{\text{ヒ}}} \sqrt{\boxed{\text{フ}}} \pi$ である。

右のページは白紙です。



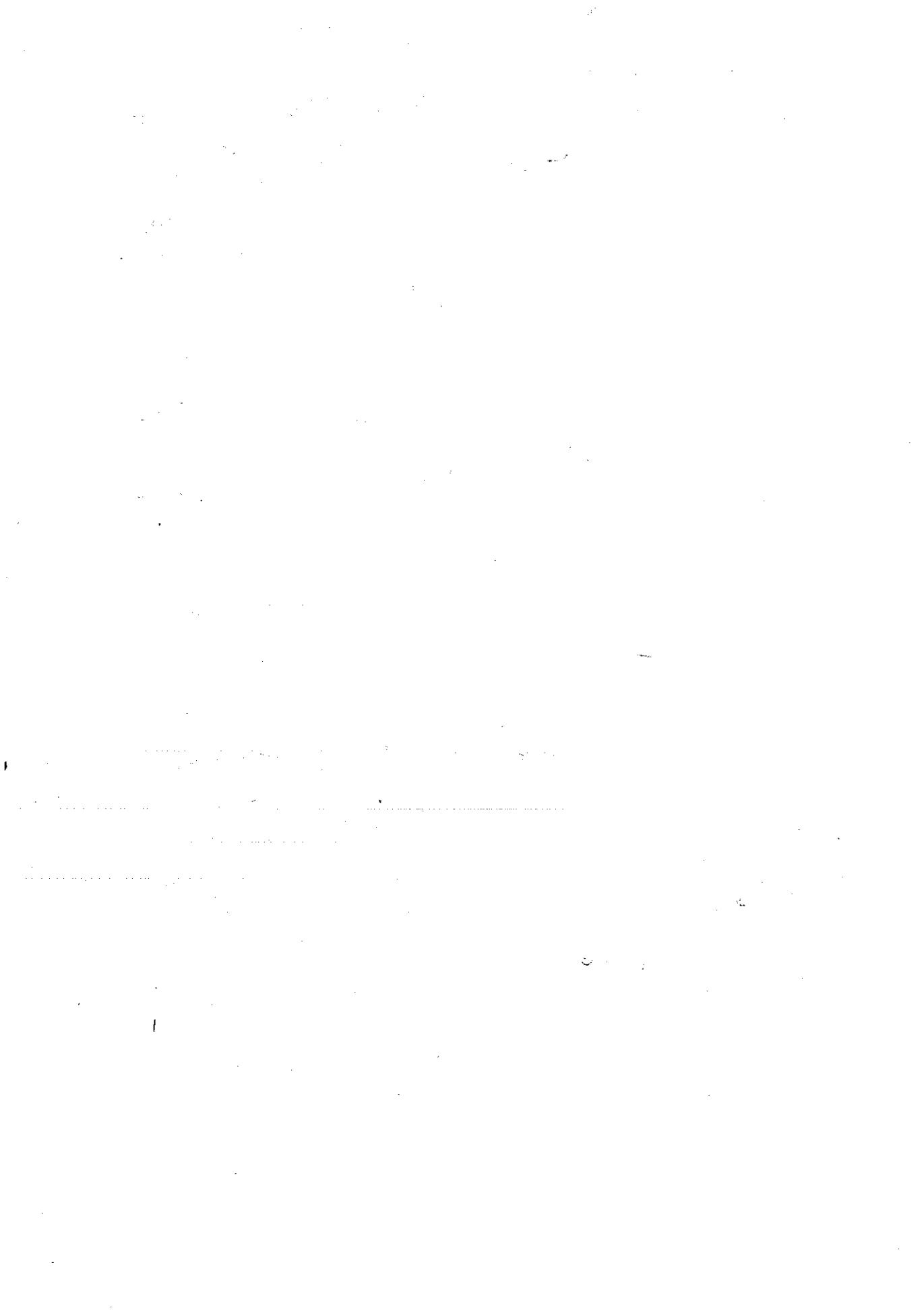
問題 **2** の解答は解答用紙に記入せよ。答だけでなく答を導く過程も記入せよ。

2 座標平面において、曲線 $C : y = 2x - xe^{-x}$ と直線 $\ell : y = 2x$ がある。ただし、
 e は自然対数の底とする。 a は $a > 1$ を満たす実数とし、直線 $x = a$ と曲線 C の交点を A、直線 $x = a$ と直線 ℓ の交点を B とする。また、曲線 C 上の点 A における接線と直線 ℓ の交点を P とし、点 P の x 座標を p とする。このとき、次の問い合わせよ。

(30 点)

- (1) 曲線 C 上の点 A における接線の方程式を求めよ。
- (2) p を a を用いて表せ。
- (3) 曲線 C と直線 ℓ および 2 直線 $x = a, x = p$ で囲まれた図形の面積を $S(a)$ とし、三角形 ABP の面積を $T(a)$ とする。
 - (a) $T(a)$ を a を用いて表せ。
 - (b) $S(a)$ を a を用いて表せ。
 - (c) 極限値 $\lim_{a \rightarrow \infty} \frac{S(a)}{T(a)}$ を求めよ。

右のページは白紙です。



問題 **3** の解答は解答用紙に記入せよ。答だけでなく答を導く過程も記入せよ。

3 数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ は

- $\tan a_n = \frac{1}{n^2 + n + 1}, \quad 0 < a_n < \frac{\pi}{2}$
- $\tan b_n = \alpha n + \beta \quad (\alpha, \beta \text{ は定数}), \quad -\frac{\pi}{2} < b_n < \frac{\pi}{2}$
- $\tan a_n = \tan(b_{n+1} - b_n)$

を満たすとする ($n = 1, 2, 3, \dots$)。このとき、次の問い合わせに答えよ。 (30 点)

(1) α と β を求めよ。

(2) b_1 を求めよ。

(3) 極限値 $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n$ を求めよ。ただし、必要なならば、

$$\frac{\pi}{2} - x < \tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \quad \left(0 < x < \frac{\pi}{2}\right)$$

が成り立つことを用いててもよい。

(4) 無限級数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ の和を求めよ。

(5) 自然数 n に対し、 $\tan(b_{n+1} - b_{n-1})$ を n の式で表せ。ただし、 $b_0 = 0$ とする。

(6) 無限級数 $\sum_{n=1}^{\infty} (b_{n+1} - b_{n-1})$ の和を求めよ。ただし、 $b_0 = 0$ とする。

右のページは白紙です。

