

G 2 数 学

この冊子は、数学の問題で 1 ページより 2 ページまであります。

〔注 意〕

- (1) 試験開始の指示があるまで、この冊子を開いてはいけません。
- (2) 監督者から受験番号等記入の指示があったら、解答用紙に志望学科と受験番号を記入してください。
- (3) 解答は、所定の解答用紙に記入したものが採点されます。
- (4) 試験開始の指示があったら、初めに問題冊子のページ数を確認してください。
ページの落丁・乱丁、印刷不鮮明等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
- (5) 問題冊子は、試験終了後、持ち帰ってください。

問題 1 の解答は解答用紙に記入せよ。答だけでなく答を導く過程も記入せよ。

1

(50 点)

(1) 実数を成分とする 2 次の正方行列

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} e & f \\ g & h \end{pmatrix}$$

が $X^2 = A$ を満たしているとする。

- (a) $(e+h)X - A$ を e, f, g, h を用いて表せ。
- (b) $b \neq 0$ または $c \neq 0$ ならば, $e+h \neq 0$ となることを示せ。
- (c) $b \neq 0$ または $c \neq 0$ のとき, $X = \alpha A + \beta E$ が成り立つような実数 α, β を e, f, g, h を用いて表せ。ただし, E は 2 次の単位行列とする。

(2) 2 次の正方行列 A を

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t^2 + 3 & 2(t-1) \\ 2(t+1) & t^2 - 1 \end{pmatrix}$$

とする。ただし, t は実数とする。

- (a) $ad - bc$ を t の式で表せ。
- (b) $X^2 = A$ を満たす実数を成分とする 2 次の正方行列 X が, ちょうど 2 つ存在するような t の値を求めよ。

右のページは白紙である。必要に応じて計算欄として使用してよい。

問題 **2** の解答は解答用紙に記入せよ。答だけでなく答を導く過程も記入せよ。

2 関数

$$h(t) = \begin{cases} t & (0 \leq t \leq \pi) \\ 0 & (t < 0, \pi < t) \end{cases}$$

に対して,

$$f(x) = \begin{cases} \int_0^\pi h(x-t) \sin t \, dt & (x \leq \pi, 2\pi \leq x) \\ \int_{x-\pi}^\pi h(x-t) \sin t \, dt & (\pi < x < 2\pi) \end{cases}$$

とおくとき、次の問いに答えよ。

(50 点)

(1) x を実数とすると、以下の不定積分を計算せよ。

$$\int (x-t) \sin t \, dt$$

(2) 以下のそれぞれの場合に対して、 $f(x)$ を求めよ。

(i) $x < 0$

(ii) $0 \leq x \leq \pi$

(iii) $\pi < x < 2\pi$

(iv) $2\pi \leq x$

(3) $f(x)$ は微分可能で、その導関数 $f'(x)$ は連続な関数となる。

$$\int_0^{2\pi} f'(x) \, dx$$

を計算せよ。

(4) $\theta \left(0 < \theta < \frac{\pi}{2}\right)$ は $\tan \theta = \pi$ を満たす実数とする。 $f'(x) = 0$ を満たす x ($\pi < x < 2\pi$) を θ を用いて表せ。

(5) 以下の値を (4) の θ を用いて表せ。

$$\int_0^{2\pi} |f'(x)| \, dx$$

右のページは白紙である。必要に応じて計算欄として使用してよい。