

D 1 数 学

この冊子は、数学の問題で 1 ページより 5 ページまであります。

〔注 意〕

- (1) 試験開始の指示があるまで、この冊子を開いてはいけません。
- (2) 監督者から受験番号等記入の指示があったら、解答用紙に志望学科と受験番号を記入してください。また、解答用マークシートに受験番号と氏名を記入し、さらに受験番号と志望学科をマークしてください。
- (3) 解答は、所定の解答用紙に記入したもの及び解答用マークシートにマークしたものだけが採点されます。
- (4) 解答用マークシートについて
 - ① 解答用マークシートは、絶対に折り曲げてはいけません。
 - ② マークには黒鉛筆(HBまたはB)を使用してください。指定の黒鉛筆以外でマークした場合、採点できないことがあります。
 - ③ 誤ってマークした場合は、消しゴムで丁寧に消し、消しくずを完全に取り除いたうえ、新たにマークしてください。
 - ④ 解答欄のマークは、横 1 行について 1 箇所に限ります。2 箇所以上マークすると採点されません。あいまいなマークは無効となるので、はっきりマークしてください。
 - ⑤ 解答用マークシート上部に記載されている解答上の注意事項を、必ず読んでから解答してください。
- (5) 試験開始の指示があったら、初めに問題冊子のページ数を確認してください。ページの落丁・乱丁、印刷不鮮明等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
- (6) 問題冊子は、試験終了後、持ち帰ってください。

問題 1 の解答は解答用マークシートにマークしなさい。

1 次の (1), (2), (3) においては, 内の 1 つのカタカナに 0 から 9 までの数字が 1 つあてはまる。その数字を解答用マークシートにマークしなさい。与えられた枠数より少ない桁の数があてはまる場合は, 上位の桁を 0 とし, 右に詰めた数値としなさい。分数は既約分数とし, 値が整数の場合は分母を 1 としなさい。根号を含む形で解答する場合は, 根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

(50 点)

- (1) 座標平面に点 $A(-1, 0)$, $B(1, 0)$ があり, 等式 $x^2 + y^2 - 6x - 8y + 21 = 0$ をみたすように点 $P(x, y)$ を動かす。線分 AP と BP について考える。

$AP^2 + BP^2$ は

$$x = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}, y = \frac{\boxed{\text{ウ}} \boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$$

のとき, 最小値 カ キ をとり,

$$x = \frac{\boxed{\text{ク}} \boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}, y = \frac{\boxed{\text{サ}} \boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$$

のとき, 最大値 セ ソ タ をとる。

右のページは白紙です。

- (2) 原点を O とする座標平面において、直線 $x+2y=1$ と楕円 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ (a, b は実数の定数) は 2 つの交点をもつとする。この 2 つの交点を A, B とし (x 座標が小さい方を点 A とする), 線分 AB の中点を M とする。

$AB = \sqrt{5}$ かつ直線 OM の傾きが 1 となるのは,

$$a^2 = \frac{\boxed{\text{ア}} \boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}, \quad b^2 = \frac{\boxed{\text{エ}} \boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}} \boxed{\text{キ}}}$$

のときである。このとき、点 A の座標は

$$\left(-\frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}, \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}} \right)$$

であり、点 B の座標は

$$\left(\frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}, -\frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}} \right)$$

である。

右のページは白紙です。

(3) 行列 $A_0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ とし, $k = 1, 2, 3, \dots$ に対して, 行列 A_k を

$$A_k = A_{k-1} + B_k$$

と定める。ここで, 行列 B_k は次のように定める:

• 以下の行列が書かれた 4 枚のカード

カード 1 $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$	カード 2 $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$	カード 3 $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$	カード 4 $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
---	---	---	---

の入った袋から 1 枚を取り出し, 取り出したカードに書かれている行列を確認した後, 袋に戻す。

このような試行を繰り返し, 1 回目に取り出したカードに書かれている行列を B_1 , 2 回目に取り出したカードに書かれている行列を B_2 とし, 一般に, k 回目に取り出したカードに書かれている行列を B_k とする。このように定めた行列 A_k が逆行列をもたない確率を p_k とする。

(a) $p_3 = \frac{1}{4^3} \times \boxed{\text{ア}} \boxed{\text{イ}}$ である。

(b) $p_5 = \frac{1}{4^5} \times \boxed{\text{ウ}} \boxed{\text{エ}} \boxed{\text{オ}}$ である。

(c) $p_6 = \frac{1}{4^6} \times \boxed{\text{カ}} \boxed{\text{キ}} \boxed{\text{ク}}$ である。

右のページは白紙です。

問題 2 の解答は解答用紙 2 に記入しなさい。

2 a を $a > 0$ かつ $a \neq 1$ をみたす実数の定数として、等式

$$\log_a y = (\log_a x)^2 - 3 \log_a x + 3$$

で定められる x の関数 y について考える。

(25 点)

- (1) y を x で表しなさい。
- (2) $a = 9$ の場合を考える。
 - (a) $x = 3$ のときの y の値を求めなさい。
 - (b) x が正の実数全体を動くとき、 y の最小値、および y が最小値をとるとき
の x の値を求めなさい。
- (3) x が正の実数全体を動くとき、定数 a の値によって、 y が最大値をもつことが
ある。 y が最大値 $\frac{\sqrt{2}}{4}$ をとるように、 a を定めなさい。

右のページは白紙です。

問題 3 の解答は解答用紙 3 に記入しなさい。

3 関数 $f(x) = \frac{(x-1)^2}{x^3}$ ($x > 0$) を考える。

(25 点)

- (1) 関数 $f(x)$ の極大値および極小値を求めなさい。
- (2) y 軸上に点 $P(0, p)$ をとる。 p の値によって、 $P(0, p)$ から曲線 $y = f(x)$ に何本の接線が引けるかを調べなさい。

