

E 1 数 学

この冊子は、数学の問題で 1 ページより 5 ページまであります。

〔注 意〕

- (1) 試験開始の指示があるまで、この冊子を開いてはいけません。
- (2) 監督者から受験番号等記入の指示があったら、解答用紙に志望学科と受験番号を記入してください。また、解答用マークシートに受験番号と氏名を記入し、さらに受験番号と志望学科をマークしてください。
- (3) 解答は、所定の解答用紙に記入したもの及び解答用マークシートにマークしたものだけが採点されます。
- (4) 解答用マークシートについて
 - ① 解答用マークシートは、絶対に折り曲げてはいけません。
 - ② マークには黒鉛筆(H B または B)を使用してください。指定の黒鉛筆以外でマークした場合、採点できないことがあります。
 - ③ 誤ってマークした場合は、消しゴムで丁寧に消し、消しくずを完全に取り除いたうえで、新たにマークしてください。
 - ④ 解答欄のマークは、横 1 行について 1 箇所に限ります。2 箇所以上マークすると採点されません。あいまいなマークは無効となるので、はっきりマークしてください。
 - ⑤ 解答用マークシート上部に記載されている解答上の注意事項を、必ず読んでから解答してください。
- (5) 試験開始の指示があったら、初めに問題冊子のページ数を確認してください。ページの落丁・乱丁、印刷不鮮明等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
- (6) 問題冊子は、試験終了後、持ち帰ってください。

問題 1 の解答は解答用マークシートにマークしなさい。

1 次の (1), (2), (3) においては, 内の 1 つのカタカナに 0 から 9 までの数字が 1 つあてはまる。その数字を解答用マークシートにマークしなさい。与えられた枠数より少ない桁の数があてはまる場合は, 上位の桁を 0 とし, 右に詰めた数値としなさい。分数は既約分数とし, 値が整数の場合は分母を 1 としなさい。

(50 点)

(1) 原点を O とする座標平面において, 行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ で表される 1 次変換 f を考える。 f が以下の条件をみたすとする。

- 平面上の各点 P に対して, 点 P の f による像を P' とすると, 線分 OP の長さ と 線分 OP' の長さは つね に 等しい

このとき, $b > 0$ とし, 以下の問いに答えなさい。

(a) 点 $(1, 0)$ の f による像が $\left(\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right)$ のとき, 行列 A の成分は

$$a = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}, b = \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}, c = \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}, d = -\frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$$

である。

(b) 直線 $y = 4x$ 上にある点の f による像が つね に 直線 $y = 4x$ 上にあるとき, 行列 A の成分は

$$a = -\frac{\boxed{\text{ケ}} \boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}} \boxed{\text{シ}}}, b = \frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}} \boxed{\text{ソ}}}, c = \frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}} \boxed{\text{ツ}}}, d = \frac{\boxed{\text{テ}} \boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}} \boxed{\text{ニ}}}$$

である。

右のページは白紙です。

(2) 数列 $\{a_n\}$ に関して、以下の問いに答えなさい。

(a) $a_1 = 3, \quad a_{n+1} = 2a_n + 5 \cdot 3^n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$

のとき、 a_n を n の式で表すと

$$a_n = \boxed{\text{ア}} \cdot 3^n - \boxed{\text{イ}} \cdot 2^n$$

である。

(b) $a_1 = 1, \quad a_2 = 5, \quad a_{n+2} + 10a_{n+1} + 25a_n = 0 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$

のとき、 $\alpha = \boxed{\text{ウ}}, \quad \beta = -\boxed{\text{エ}}$ に対して、

$$a_{n+2} + \alpha a_{n+1} = \beta(a_{n+1} + \alpha a_n)$$

が成り立つ。さらに、数列 $\{b_n\}$ を $b_n = a_{n+1} + \alpha a_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$ と定めれば、

$$b_n = \boxed{\text{オ}} \boxed{\text{カ}} \cdot (-5)^{n-1}$$

である。

したがって、 a_n を n の式で表すと

$$a_n = \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}} \cdot n \cdot (-5)^n - \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}} \cdot (-5)^n$$

である。

右のページは白紙です。

- (3) 座標平面において、円 $C: x^2 + (y-1)^2 = 1$ を考える。点 $P(a, b)$ (ただし $b > 2$) をとり、点 P から円 C へ引いた 2 本の接線が x 軸と交わる点をそれぞれ A, B とする。

- (a) $AB = 4$ となるように点 P を動かすとき、三角形 PAB の面積が最小とな

るのは、 $a = \boxed{\text{ア}}$ 、 $b = \frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ のときである。

- (b) $\angle APB = \frac{\pi}{2}$ となるように点 P を動かすとき、次の等式

$$a^2 + \boxed{\text{エ}} b^2 + \boxed{\text{オ}} a - \boxed{\text{カ}} b = \boxed{\text{キ}}$$

が成り立つ。

- (c) 線分 AB の中点が $(2, 0)$ となるように点 P を動かすとき、次の等式

$$a + \boxed{\text{ク}} b = \boxed{\text{ケ}}$$

が成り立つ。

右のページは白紙です。

問題 **2** の解答は解答用紙 **2** に記入しなさい。

2 以下の問いに答えなさい。

(25 点)

(1) 以下の定積分を求めなさい。

$$\int_1^4 \frac{x}{\sqrt{2x+1}} dx$$

(2) 座標空間において、原点 $O(0,0,0)$ 、点 $A(0,1,1)$ および点 $B(-1,0,2)$ が定める平面を α とする。また、2 点 $P(3,2,2)$ および $Q(5,-5,-3)$ をとる。以下、平面 α 上の点 H について考える。

- (a) 線分 PH が平面 α と直交するように点 H の座標を定めなさい。
- (b) 線分 PH と線分 QH の長さの和が最小となるように点 H の座標を定めなさい。

右のページは白紙です。

問題 3 の解答は解答用紙 3 に記入しなさい。

3 放物線 $C: y^2 = 4x$ の焦点を F とし、点 F を通り、 x 軸の正の向きとなす角が α ($0 < \alpha < \pi$) となる直線 l がある。直線 l と放物線 C との 2 つの交点を A, B とする。

(25 点)

(1) 線分 AB の長さが $AB \leq 8$ となるとき、角 α のとりうる値の範囲を求めなさい。

(2) 線分 AB の長さが $AB \leq 8$ であり、直線 l が楕円 $3x^2 + 2y^2 = 2$ と共有点をもつとき、角 α のとりうる値の範囲を求めなさい。