平成26年度　　〔試験時間　100分〕

K 1　　数　　学

この冊子は，数学の問題で1ページより5ページまであります。

〔注　　意〕

(1) 試験開始の指示があるまで，この冊子を開いてはいけません。

(2) 監督者から受験番号等記入の指示があったら，解答用紙に志望学科と受験番号を記入してください。また，解答用マークシートに受験番号と氏名を記入し，さらに受験番号と志望学科をマークしてください。

(3) 解答は，所定の解答用紙に記入したもの及び解答用マークシートにマークしたものだけが採点されます。

(4) 解答用マークシートについて

① 解答用マークシートは，絶対に折り曲げてはいけません。

② マークには黒鉛筆(ＨＢまたはB)を使用してください。指定の黒鉛筆以外でマークした場合，採点できないことがあります。

③ 誤ってマークした場合は，消しゴムで丁寧に消し，消しくずを完全に取り除いたうえ，新たにマークしてください。

④ 解答欄のマークは，横1行について1箇所に限ります。2箇所以上マークすると採点されません。あいまいなマークは無効となるので，はっきりマークしてください。

⑤ 解答用マークシート上部に記載されている解答上の注意事項を，必ず読んでから解答してください。

(5) 試験開始の指示があったら，初めに問題冊子のページ数を確認してください。
ページの落丁・乱丁，印刷不鮮明等に気づいた場合は，手を挙げて監督者に知らせてください。

(6) 問題冊子は，試験終了後，持ち帰ってください。

問題 $\boxed{1}$ の解答は解答用マークシートにマークしなさい。

$\boxed{1}$ 次の文章中の $\boxed{ア}$ から $\boxed{リ}$ までに当てはまる数字 0 ～ 9 を求めて，解答用マークシートの指定された欄にマークしなさい。 ただし，分数は既約分数として表しなさい。

(40 点)

(1) $y = e^x(3\sin 2x - \cos x)$ とする。このとき

$$y' = e^x\left(\boxed{ア}\sin 2x + \boxed{イ}\cos 2x + \sin x - \cos x\right)$$
$$y'' = e^x\left(-\boxed{ウ}\sin 2x + \boxed{エ\,オ}\cos 2x + 2\sin x\right)$$

となり，

$$y'' - \boxed{カ}y' + \boxed{キ}y = -3e^x\cos x$$

を満たす。ただし，e は自然対数の底であり，y'，y'' はそれぞれ y の第 1 次，第 2 次導関数を表す。

右のページは白紙です。

(2) △OAB において，辺 OA を 3 : 2 に内分する点を M，辺 OB を 2 : 1 に内分する点を N とする。このとき

$$\overrightarrow{OM} = \frac{\boxed{ク}}{\boxed{ケ}}\overrightarrow{OA}, \qquad \overrightarrow{ON} = \frac{\boxed{コ}}{\boxed{サ}}\overrightarrow{OB}$$

であり，線分 AN と線分 BM の交点を P とすると

$$AP : PN = \boxed{シ} : \boxed{ス}, \qquad BP : PM = \boxed{セ} : \boxed{ソ}$$

である。ゆえに，三角形の面積について，

$$\triangle APM = \frac{\boxed{タ}}{\boxed{チ}}\triangle PAB, \qquad \triangle BPN = \frac{\boxed{ツ}}{\boxed{テ}}\triangle PAB$$

となるので

$$\triangle APM : \triangle BPN = \boxed{ト} : \boxed{ナ}$$

である。

右のページは白紙です。

(3) 2つのコインAとBがある。コインAを投げると，表，裏が出る確率は，それぞれ $\frac{1}{2}$ である。コインBを投げると，表が出る確率は $\frac{2}{3}$，裏が出る確率は $\frac{1}{3}$ である。この2つのコインをそれぞれ n 回ずつ投げる試行において，コインAについて表が出る回数を a とし，コインBについて表が出る回数を b とする。さらに，$a < b$ となる確率を p とし，$a > b$ となる確率を q とする。

(a) $n = 1$ のとき，$p = \frac{\boxed{ニ}}{\boxed{ヌ}}$，$q = \frac{\boxed{ネ}}{\boxed{ノ}}$ である。

(b) $n = 2$ のとき，$p = \frac{\boxed{ハ}}{\boxed{ヒ}}$，$q = \frac{\boxed{フ}}{\boxed{ヘ}\boxed{ホ}}$ である。

(c) $n = 3$ のとき，$p = \frac{\boxed{マ}\boxed{ミ}}{\boxed{ム}\boxed{メ}\boxed{モ}}$，$q = \frac{\boxed{ヤ}\boxed{ユ}}{\boxed{ヨ}\boxed{ラ}\boxed{リ}}$ である。

右のページは白紙です。

問題 $\boxed{2}$ の解答は白色の解答用紙に記入しなさい。

$\boxed{2}$ 座標平面において，曲線 $C : y = \dfrac{2}{x}$ と直線 $\ell : y = x$ を考える。また，2点 $\mathrm{A}(\sqrt{2},\ \sqrt{2})$ と $\mathrm{T}\left(\dfrac{t}{\sqrt{2}},\ \dfrac{t}{\sqrt{2}}\right)$ をとる。ただし，$t > 2$ とする。さらに，点Tを通り直線 ℓ に直交する直線が，曲線 C と交わる2点のうち，x 座標が大きい方をPとする。

(30点)

(1) 点Pの x 座標を p とするとき，p を用いて t を表せ。

(2) 2つの線分AT，PTと曲線 C で囲まれる図形を，直線 ℓ のまわりに1回転して得られる回転体の体積 $V(t)$ を求めよ。

(3) 三角形APTを，直線 ℓ のまわりに1回転して得られる回転体の体積 $W(t)$ を求めよ。

(4) **(2)**，**(3)** で求めた $V(t)$，$W(t)$ に対して，$\displaystyle\lim_{t \to 2} \frac{W(t)}{V(t)}$ を求めよ。

右のページは白紙です。

問題 **3** の解答はクリーム色の解答用紙に記入しなさい。

3 a を正の実数とする。1 次変換 f により，点 $(a,\ -a+1)$ は点 $\left(3,\ \dfrac{3-3a}{a}\right)$ に移り，点 $(-a,\ a)$ は点 $(-4,\ 4)$ に移るとする。f を表す行列を A とする。

$P = \begin{pmatrix} a & -a \\ -a+1 & a \end{pmatrix}$ とおき，行列 B を $AP = PB$ を満たすものとする。

(30 点)

(1) P の逆行列 P^{-1} を，a を用いて表せ。

(2) 自然数 n に対し，B^n を，a と n を用いて表せ。

(3) 数列 $\{x_n\}, \{y_n\}$ が

$$\begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix} = A^n \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

を満たすとする。$a = 4$ のとき，$x_n - y_n$ を n を用いて表し，$\displaystyle\lim_{n\to\infty}(x_n - y_n)$ を求めよ。

右のページは白紙です。