

N 1 数 学

この冊子は、数学の問題で 1 ページより 5 ページまであります。

(注 意)

- (1) 試験開始の指示があるまで、この冊子を開いてはいけません。
- (2) 監督者から受験番号等記入の指示があったら、解答用紙に志望学科と受験番号を記入してください。また、解答用マークシートに受験番号と氏名を記入し、さらに受験番号と志望学科をマークしてください。
- (3) 解答は、所定の解答用紙に記入したものと及び解答用マークシートにマークしたものだけが採点されます。
- (4) 解答用マークシートについて
 - ① 解答用マークシートは、絶対に折り曲げてはいけません。
 - ② マークには黒鉛筆(HBまたはB)を使用してください。指定の黒鉛筆以外でマークした場合、採点できないことがあります。
 - ③ 誤ってマークした場合は、消しゴムで丁寧に消し、消しくずを完全に取り除いたうえで、新たにマークしてください。
 - ④ 解答欄のマークは、横 1 行について 1 箇所に限ります。2 箇所以上マークすると採点されません。あいまいなマークは無効となるので、はっきりマークしてください。
 - ⑤ 解答用マークシート上部に記載されている解答上の注意事項を、必ず読んでから解答してください。
- (5) 試験開始の指示があったら、初めに問題冊子のページ数を確認してください。ページの落丁・乱丁、印刷不鮮明等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
- (6) 問題冊子は、試験終了後、持ち帰ってください。

問題 1 の解答は解答用マークシートにマークしなさい。

1 次の文章中の ア から ヤ までに当てはまる数字 0 ～ 9 を求めて、解答用マークシートの指定された欄にマークしなさい。ただし、分数は既約分数として表しなさい。

(40 点、ただし数学科は 60 点)

(1) $0 \leq x \leq 9$ に対して

$$f(x) = \int_0^3 |t^2 - x| dt$$

とおくと

$$f(x) = \frac{\text{ア}}{\text{イ}} x \frac{\text{ウ}}{\text{エ}} - \text{オ} x + \text{カ}$$

となり、 $f(x)$ は $x = \frac{\text{キ}}{\text{ク}}$ において最小値 $\frac{\text{ケ} \text{コ}}{\text{サ}}$ をとる。

右のページは白紙です。

(2) 定数 a に対して

$$f(x) = 3 \sin^2 x + 9 \cos^2 x + 4a \sin x \cos x$$

とおく。このとき

$$\begin{aligned} f(x) &= \boxed{\text{シ}} a \sin 2x + \boxed{\text{ス}} \cos 2x + \boxed{\text{セ}} \\ &= \sqrt{\boxed{\text{ソ}} a^2 + \boxed{\text{タ}}} \sin(2x + \theta) + \boxed{\text{チ}} \end{aligned}$$

となる。ここで、 θ は

$$\sin \theta = \frac{\boxed{\text{ツ}}}{\sqrt{\boxed{\text{テ}} a^2 + \boxed{\text{ト}}}}, \quad \cos \theta = \frac{\boxed{\text{ナ}} a}{\sqrt{\boxed{\text{ニ}} a^2 + \boxed{\text{ヌ}}}}$$

を満たす。

x についての方程式 $f(x) = 0$ が実数解を持つための必要十分条件は

$$a^2 \geq \frac{\boxed{\text{ネ}} \boxed{\text{ノ}}}{\boxed{\text{ハ}}}$$

である。

右のページは白紙です。

(3) 自然数 x に対し

$$f(x) = \frac{x^5 + 2x^4 + x^3}{27}, \quad g(x) = \frac{x^4 - x^2}{25}$$

とおき、 $f(a)$, $g(a)$ が自然数となる 2 桁の自然数 a の個数を、それぞれ求めたい。

(a) $f(x) = \frac{x \boxed{\text{㊦}} (x+1) \boxed{\text{㊧}}}{3^3}$ である。

a が 3 の倍数となる 2 桁の自然数 a の個数は $\boxed{\text{㊦}} \boxed{\text{ホ}}$ 個である。

$a+1$ が 9 の倍数となる 2 桁の自然数 a の個数は $\boxed{\text{マ}} \boxed{\text{ミ}}$ 個である。

よって、 $f(a)$ が自然数となる 2 桁の自然数 a の個数は $\boxed{\text{ム}} \boxed{\text{メ}}$ 個である。

(b) $g(a)$ が自然数となる 2 桁の自然数 a の個数は $\boxed{\text{モ}} \boxed{\text{ヤ}}$ 個である。

右のページは白紙です。

問題 2 の解答は白色の解答用紙に記入しなさい。

2 2つの定数 a, b ($a > 0$) に対して,

$$f(x) = \log(ax + 1) \quad (x \geq 0), \quad g(x) = x^2 + b$$

とおく。座標平面上の2曲線 $C_1: y = f(x)$, $C_2: y = g(x)$ が、ある点 P を共有し、その点 P で共通の接線 ℓ を持つとする。ただし、 $\log$ は自然対数を表す。

(30 点、ただし数学科は 45 点)

- (1) 点 P の x 座標を t とするとき、 a を用いて t を表せ。
- (2) 点 P の x 座標が $\frac{1}{2}$ となるとき、 a と b の値、および直線 ℓ の方程式を求めよ。
- (3) 点 P の x 座標が $\frac{1}{2}$ となるとき、2曲線 C_1, C_2 および y 軸で囲まれた部分の面積を求めよ。

右のページは白紙です。

問題 **3** の解答はクリーム色の解答用紙に記入しなさい。

- 3** a, b を定数とし、行列 $A = \begin{pmatrix} 4 & a \\ 3 & b \end{pmatrix}$ が、 $A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ を満たすとする。座標平面において、行列 A の表す 1 次変換を f とおく。まず、点 $P_0(1, -3)$ を考え、 $x_0 = 1$, $y_0 = -3$ とおく。次に、自然数 n に対し、点 $P_n(x_n, y_n)$ を、点 P_{n-1} の f による像 $f(P_{n-1})$ と点 P_0 の中点とすることにより、点 $P_1, P_2, P_3, \dots$ を順に定める。

(30 点、ただし数学科は 45 点)

- (1) 定数 a, b を求めよ。
- (2) 行列 $A + A^2 + A^3 + \dots + A^{101}$ を求めよ。
- (3) 自然数 n に対し、 x_{2n} を x_{2n-2} で表せ。また、 y_{2n} を y_{2n-2} で表せ。
- (4) 自然数 n に対し、 x_{2n} と y_{2n} を、 n を用いて表せ。また、 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_{2n}$ と $\lim_{n \rightarrow \infty} y_{2n}$ を求めよ。

右のページは白紙です。

