

S 2 数 学

この冊子は、数学の問題で 1 ページより 2 ページまであります。

〔注 意〕

- (1) 試験開始の指示があるまで、この冊子を開いてはいけません。
- (2) 監督者から受験番号等記入の指示があったら、解答用紙に志望学科と受験番号を記入してください。また、解答用マークシートに受験番号と氏名を記入し、さらに受験番号と志望学科をマークしてください。
- (3) 解答は、所定の解答用紙に記入したものと及び解答用マークシートにマークしたものだけが採点されます。
- (4) 解答用マークシートについて
 - ① 解答用マークシートは、絶対に折り曲げてはいけません。
 - ② マークには黒鉛筆(HBまたはB)を使用してください。指定の黒鉛筆以外でマークした場合、採点できないことがあります。
 - ③ 誤ってマークした場合は、消しゴムで丁寧に消し、消しくずを完全に取り除いたうえで、新たにマークしてください。
 - ④ 解答欄のマークは、横 1 行について 1 箇所に限ります。2 箇所以上マークすると採点されません。あいまいなマークは無効となるので、はっきりマークしてください。
 - ⑤ 解答用マークシート上部に記載されている解答上の注意事項を、必ず読んでから解答してください。
- (5) 試験開始の指示があったら、初めに問題冊子のページ数を確認してください。
ページの落丁・乱丁、印刷不鮮明等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
- (6) 問題冊子は、試験終了後、持ち帰ってください。

問題 1 の解答は解答用マークシートにマークせよ。

1 次の 内のアからヒにあてはまる 0 から 9 までの数字, および, あにあてはまる + か - の符号を求め, その数字, または, その符号を解答用マークシートの解答欄の指定された行にマークせよ。ただし, は 2 桁の数, は 3 桁の数, は 4 桁の数を表す。

(40 点)

p を 3 で割り切れない整数とする。このとき, 整数 a と b に対し,

「 $pa - b$ が 3 の倍数ならば, $a - pb$ も 3 の倍数になる。」

がわかる。これを認めて, 2 つの整数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ を以下のように定める。 $a_1 = 1$ とし, b_1 は 0, 1, 2 いずれかの数で $pa_1 - b_1$ が 3 の倍数になるようなものとし, $n = 2, 3, \dots$ に対し, a_n, b_n を次のように定める。

$$\begin{cases} \bullet a_n = \frac{1}{3}(a_{n-1} - pb_{n-1}) \\ \bullet b_n \text{ は, } 0, 1, 2 \text{ いずれかの数で } pa_n - b_n \text{ が 3 の倍数となるようなものとする。} \end{cases}$$

このように定められた 2 つの整数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ について, 以下の各問いに答えよ。

(1) $p = 8$ のとき, $b_1 = \text{ア}$, $a_2 = -\text{イ}$, $b_2 = \text{ウ}$, $a_3 = -\text{エ}$, $b_3 = \text{オ}$,
 $a_4 = -\text{カ}$, $b_4 = \text{キ}$, $a_5 = -\text{ク}$, $b_5 = \text{ケ}$, $a_6 = -\text{コ}$ となる。

(2) $p = -13$ のとき, $a_{190} = \text{サ}$, $b_{190} = \text{シ}$, $a_{191} = \text{ス}$, $b_{191} = \text{セ}$,
 $a_{192} = \text{ソ}$, $b_{192} = \text{タ}$ となる。

(3) $p = -13$ のとき, $\sum_{k=1}^{200} a_k = \text{チ ツ テ}$ となる。

(4) $p = -13$ のとき, $\sum_{k=1}^{30} k^2 b_k = \text{ト ナ ニ ヌ}$ となる。

(5) $p = 3^{11} + 1$ のとき, 数列 $\{b_n\}$ の第 2 項目以降で 0 でない値が初めて出てくるのは, 第 ネ ノ 項目であり, その項の値は ハ である。

(6) 数列 $\{b_n\}$ のすべての項が 1 となるような整数 p で絶対値が最小となるものは, あ ヒ である。0 のときは, +0 で表すものとする。

右のページは白紙です。

問題 **2** の解答は解答用紙に記入せよ。(5), (6), (8) については、答だけでなく
 答を導く過程も記入せよ。

2 s を $-1 \leq s \leq 1$ を満たす実数とする。 xy 平面上のベクトル $\vec{a}_s, \vec{b}_s, \vec{c}_s$ を

$$\vec{a}_s = (s, \sqrt{1-s^2}), \vec{b}_s = (\sqrt{1-s^2}, -s), \vec{c}_s = (s\sqrt{1+s^2}, \sqrt{1-s^4})$$

と定める。 t を実数とし、 $f_t(s), g_t(s), h_t(s), k_t(s)$ を

$$\begin{aligned} \vec{a}_s + \frac{t}{|\vec{b}_s|} \vec{b}_s &= (f_t(s), g_t(s)) \\ \vec{a}_s - \frac{t}{|\vec{c}_s|} \vec{c}_s &= (h_t(s), k_t(s)) \end{aligned}$$

により定める。さらに、 s を媒介変数とする 2 つの曲線

$$C_t : x = f_t(s), y = g_t(s) \quad \left(-\frac{1}{2} \leq s \leq 1\right),$$

$$K_t : x = h_t(s), y = k_t(s) \quad (-1 \leq s \leq 1)$$

を考える。次の各問いに答えよ。

(60 点)

- (1) $f_t(s), g_t(s), h_t(s), k_t(s)$ を s と t を用いて表せ。
- (2) $\vec{a}_s$ と $\vec{b}_s$ のなす角、および、 $\vec{a}_s$ と $\vec{c}_s$ のなす角を求めよ。
- (3) $f_t(s)^2 + g_t(s)^2$ を t のみを用いて表せ。
- (4) t が 0 から $\sqrt{3}$ まで動くとき、 C_t が通過する部分を D とする。 D を図示せよ。
- (5) (4) で定めた D の面積を求めよ。
- (6) (4) で定めた D を x 軸のまわりに 1 回転して得られる回転体の体積を求めよ。
- (7) $K_{\frac{1}{2}}, K_1, K_{\frac{3}{2}}$ を図示せよ。
- (8) t が $\frac{1}{2} \leq |t-1| \leq 1$ を満たす範囲を動くとき、 K_t が通過する部分の面積を求めよ。

右のページは白紙です。