

T 1 数 学

この冊子は、数学の問題で 1 ページより 4 ページまであります。

〔注 意〕

- (1) 試験開始の指示があるまで、この冊子を開いてはいけません。
- (2) 監督者から受験番号等記入の指示があったら、解答用紙に志望学科と受験番号を記入してください。また、解答用マークシートに受験番号と氏名を記入し、さらに受験番号と志望学科をマークしてください。
- (3) 解答は、所定の解答用紙に記入したもの及び解答用マークシートにマークしたものだけが採点されます。
- (4) 解答用マークシートについて
 - ① 解答用マークシートは、絶対に折り曲げてはいけません。
 - ② マークには黒鉛筆(H B または B)を使用してください。指定の黒鉛筆以外でマークした場合、採点できないことがあります。
 - ③ 誤ってマークした場合は、消しゴムで丁寧に消し、消しくずを完全に取除いたうえ、新たにマークしてください。
 - ④ 解答欄のマークは、横 1 行について 1 箇所に限ります。2 箇所以上マークすると採点されません。あいまいなマークは無効となるので、はっきりマークしてください。
 - ⑤ 解答用マークシート上部に記載されている解答上の注意事項を、必ず読んでから解答してください。
- (5) 試験開始の指示があったら、初めに問題冊子のページ数を確認してください。
ページの落丁・乱丁、印刷不鮮明等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
- (6) 問題冊子は、試験終了後、持ち帰ってください。

問題 1 の解答は解答用マークシートにマークせよ。

1 次の (1) から (3) において、 内のカタカナとひらがなにあてはまる 0 から 9 までの数字を求め、その数字を解答用マークシートにマークせよ。ただし、 は 2 桁の数を表すものとする。また、分数は既約分数 (それ以上約分できない分数) の形に表すものとする。なお、同一の問題文中に ア などが 2 度以上現れる場合、2 度目以降は、ア のように網掛けで表記する。 (40 点)

(1) $f(x) = 4x^4 + 8x^3 + 3x^2 - 2x + \frac{1}{4}$, $g(x) = 4x^4 - 8x^3 + 3x^2 + 2x + \frac{1}{4}$ で定められる関数に対して、

$f(x)$ は $x = -\frac{\text{ア}}{\text{イ}} + \frac{\text{ウ}}{\text{エ}}\sqrt{3}$ において最小値 $\frac{\text{オカ}}{\text{キク}} - \frac{\text{ケ}}{\text{コ}}\sqrt{3}$ をとり、

$g(x)$ は $x = \frac{\text{サ}}{\text{シ}} - \frac{\text{ス}}{\text{セ}}\sqrt{3}$ において最小値 $\frac{\text{ソタ}}{\text{チツ}} - \frac{\text{テ}}{\text{ト}}\sqrt{3}$ をとる。

(2) a を正の実数とし、座標平面上の 2 曲線 $B_1: y = (\frac{a}{\pi}x)^2$ と $B_2: y = \sin x$ の $0 < x < \pi$ における交点の x 座標を t , $0 \leq x \leq t$ において 2 曲線で囲まれた領域の面積を S とすると、

$S = \text{ナ} - \frac{\text{ニ}}{\text{ヌ}}t \sin t - \text{ネ} \cos t$ である。

$a = 2$ のとき、 $t = \frac{\text{ノ}}{\text{ハ}}\pi$ である。

$0 < a \leq 2$ に対して S がとり得る値の範囲は

$\text{ヒ} - \frac{\text{フ}}{\text{ヘ}}\pi \leq S < \text{ホ}$ である。

右のページは白紙である。必要に応じて計算欄として使用してよい。

(3) 空調のある 1 号室, 2 号室, 3 号室は電力事情により, 同時に 1 部屋しか空調の電源をオンにできない。最初は 1 号室の電源をオンにすることにし, それ以降は 1 時間ごとに大小の 2 つの公平なさいころをふって, どの部屋の電源をオンにするかを以下のように決める。

(i) 大きい方のさいころの目が奇数ならば, 小さい方の目にかかわらず同じ部屋の電源をオンにしたままとする。

(ii) 大きい方のさいころの目が偶数ならば, 残りの 2 つの部屋のどちらか一方の電源をオンにする。その際, 小さい方のさいころの目が奇数ならば, 番号の小さい部屋の電源, 偶数ならば番号の大きい方の電源をオンにする。

自然数 n に対して, 1 号室の電源を最初にオンにした時から n 時間後に, 1 号室の空調の電源をオンにする確率を a_n , 2 号室の空調の電源をオンにする確率を b_n , 3 号室の空調の電源をオンにする確率を c_n とする。

$$(a) \quad a_1 = \frac{\boxed{\text{マ}}}{\boxed{\text{ミ}}}, \quad b_1 = \frac{\boxed{\text{ム}}}{\boxed{\text{メ}}}, \quad c_1 = \frac{\boxed{\text{モ}}}{\boxed{\text{ヤ}}}$$

すべての自然数 n に対して以下が成り立つ。

$$(b) \quad a_n + b_n + c_n = \boxed{\text{ユ}}$$

$$(c) \quad a_{n+1} = \frac{\boxed{\text{ヨ}}}{\boxed{\text{ヲ}}}\cdot a_n + \frac{\boxed{\text{リ}}}{\boxed{\text{ル}}}\cdot b_n + \frac{\boxed{\text{リ}}}{\boxed{\text{ル}}}\cdot c_n$$

$$(d) \quad a_n = \frac{\boxed{\text{レ}}}{\boxed{\text{ロ}}}\left(\frac{\boxed{\text{ワ}}}{\boxed{\text{ヲ}}}\right)^n + \frac{\boxed{\text{ン}}}{\boxed{\text{あ}}}$$

$$b_n = -\frac{\boxed{\text{い}}}{\boxed{\text{う}}}\left(\frac{\boxed{\text{え}}}{\boxed{\text{お}}}\right)^n + \frac{\boxed{\text{か}}}{\boxed{\text{き}}}$$

$$c_n = -\frac{\boxed{\text{く}}}{\boxed{\text{け}}}\left(\frac{\boxed{\text{こ}}}{\boxed{\text{さ}}}\right)^n + \frac{\boxed{\text{し}}}{\boxed{\text{す}}}$$

右のページは白紙である。必要に応じて計算欄として使用してよい。

問題 2 の解答は解答用紙に記入せよ。答だけでなく答を導く過程も記入せよ。

2 各自然数 n に対し, X_n, Y_n, V_n, W_n を

$$X_n + Y_n\sqrt{5} = (2 + \sqrt{5})^{2n-1}, \quad V_n - W_n\sqrt{5} = (2 - \sqrt{5})^{2n-1}$$

が成り立つような整数とする。次の問いに答えよ。 $\sqrt{5}$ が無理数であることを証明なしで使ってもよい。 (30 点)

- (1) X_2, Y_2, V_2, W_2 の値を求めよ。
- (2) X_{n+1}, Y_{n+1} をそれぞれ X_n と Y_n の式で表せ。
- (3) V_{n+1}, W_{n+1} をそれぞれ V_n と W_n の式で表せ。
- (4) $X_n^2 - 5Y_n^2$ を計算せよ。
- (5) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{X_n}{Y_n}$ を計算せよ。

右のページは白紙である。必要に応じて計算欄として使用してよい。

問題 **3** の解答は解答用紙に記入せよ。答だけでなく答を導く過程も記入せよ。

3 座標平面上の放物線 $C_1: y = 2x^2 + 2x + \frac{1}{2}$ と $C_2: y = -2x^2 + 2x + \frac{3}{2}$ に対し

て次の問いに答えよ。なお、必要なら **1** (1) の結果を使ってもよい。 (30 点)

(1) C_1 上の点 $A(t, 2t^2 + 2t + \frac{1}{2})$ と C_2 上の点 $B(s, -2s^2 + 2s + \frac{3}{2})$ に対し、 C_1 の点 A における接線の傾きと C_2 の点 B における接線の傾きが等しくなるための必要十分条件を t と s の式で表せ。

(2) (1) の条件を満たすようなどんな実数 t, s に対しても、直線 AB はある共通の点 M を通る。 M の座標を求めよ。

(3) M を (2) で求めた点とする。 C_1 とただ一つの共有点をもつような、 M を中心とする円に対して、円の半径と共有点の x 座標を求めよ。

(4) M を (2) で求めた点とする。 C_2 とただ一つの共有点をもつような、 M を中心とする円に対して、円の半径と共有点の x 座標を求めよ。

(5) (1) の条件を満たすような実数 t, s に対して、線分 AB の長さがとり得る値の最小値を求めよ。

右のページは白紙である。必要に応じて計算欄として使用してよい。