

Q 1 数 学

この冊子は、数学の問題で 1 ページより 6 ページまであります。

〔注 意〕

- (1) 試験開始の指示があるまで、この冊子を開いてはいけません。
- (2) 監督者から受験番号等記入の指示があったら、解答用紙に志望学科と受験番号を記入してください。また、解答用マークシートに受験番号と氏名を記入し、さらに受験番号と志望学科をマークしてください。
- (3) 解答は、所定の解答用紙に記入したものと及び解答用マークシートにマークしたものだけが採点されます。
- (4) 解答用マークシートについて
 - ① 解答用マークシートは、絶対に折り曲げてはいけません。
 - ② マークには黒鉛筆(H B または B)を使用してください。指定の黒鉛筆以外でマークした場合、採点できないことがあります。
 - ③ 誤ってマークした場合は、消しゴムで丁寧に消し、消しくずを完全に取り除いたうえで、新たにマークしてください。
 - ④ 解答欄のマークは、横 1 行について 1 箇所に限ります。2 箇所以上マークすると採点されません。あいまいなマークは無効となるので、はっきりマークしてください。
 - ⑤ 解答用マークシート上部に記載されている解答上の注意事項を、必ず読んでから解答してください。
- (5) 試験開始の指示があったら、初めに問題冊子のページ数を確認してください。
ページの落丁・乱丁、印刷不鮮明等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
- (6) 問題冊子は、試験終了後、持ち帰ってください。

問題 1 の解答は解答用マークシートにマークしなさい。

1 次の (1), (2), (3) においては, 内の 1 つのカタカナに 0 から 9 までの数字が 1 つあてはまる。その数字を解答用マークシートにマークしなさい。与えられた枠数より少ない桁の数があてはまる場合は, 上位の桁を 0 とし, 右に詰めた数値としなさい。分数は既約分数とし, 値が整数の場合は分母を 1 としなさい。根号を含む形で解答する場合は, 根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

(50 点)

- (1) a を正の定数とし, 関数 $f(x) = \tan 2x$ ($0 \leq x < \frac{\pi}{4}$) および $g(x) = a \cos x$ ($0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$) に対して, 曲線 $y = f(x)$ と $y = g(x)$ の交点の x 座標を θ とする。曲線 $y = f(x)$ と x 軸, および直線 $x = \theta$ で囲まれた部分の面積 S を考える。

(a) $a = \text{ア}$ のとき, $\theta = \frac{\pi}{6}$ である。このとき $S = \frac{\text{イ}}{\text{ウ}} \times \log \text{エ}$ である。

(b) $a = \sqrt{\text{オ}}$ のとき, $S = \frac{1}{2} \log \frac{\sqrt{7}+1}{2}$ である。

ただし, 正の数 A に対して, $\log A$ は A の自然対数を表す。

右のページは白紙です。

(2) 1個のサイコロを投げ、その出た目によって、点Pを座標平面上で移動させる試行を繰り返す。

点Pの出発点 (x_0, y_0) を原点 $(0, 0)$ とし、1回目の試行（移動）後の点Pの座標を (x_1, y_1) 、2回目の試行（移動）後の点Pの座標を (x_2, y_2) 、以下同様に k 回目の試行（移動）後の点Pの座標を (x_k, y_k) とする。

座標 (x_k, y_k) ($k = 1, 2, 3, \dots$) は次のルールによって定める。

サイコロを k 回目に投げたとき、出た目を3で割った商を q 、余りを r として、 x_k を次のように q によって定め、

$$\begin{cases} q=0 & \text{のとき } x_k = x_{k-1} \\ q=1 & \text{のとき } x_k = x_{k-1} + 1 \\ q=2 & \text{のとき } x_k = x_{k-1} - 1 \end{cases}$$

y_k を次のように r によって定める。

$$\begin{cases} r=0 & \text{のとき } y_k = y_{k-1} \\ r=1 & \text{のとき } y_k = y_{k-1} + 1 \\ r=2 & \text{のとき } y_k = y_{k-1} - 1 \end{cases}$$

ただし、サイコロを投げたとき、1から6の目がそれぞれ確率 $\frac{1}{6}$ で出るものとする。

(a) $(x_2, y_2) = (0, 0)$ である確率は $\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ であり、

$(x_3, y_3) = (0, 0)$ である確率は $\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}} \mid \boxed{\text{オ}}}$ である。

(b) $x_k + y_k$ が偶数である確率を p_k とすると、

$$p_1 = \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}} \quad \text{であり,}$$

$$p_k = \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}} \cdot \left(-\frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}} \right)^k + \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}} \quad (k = 2, 3, 4, \dots)$$

である。

- (3) 1 辺の長さが 1 の正四面体 OABC において、辺 OA を 2 : 1 の比に内分する点を P ($OP : PA = 2 : 1$)、辺 OC を 1 : 2 の比に内分する点を Q ($OQ : QC = 1 : 2$)、辺 AB の中点を M とする。

(a) $MP = \frac{\sqrt{\boxed{\text{ア}}}}{\boxed{\text{イ}}}$, $MQ = \frac{\sqrt{\boxed{\text{ウ}} \boxed{\text{エ}}}}{\boxed{\text{オ}}}$ である。

(b) 三角形 MPQ の面積は $\frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}} \boxed{\text{ク}}} \times \sqrt{\boxed{\text{ケ}} \boxed{\text{コ}}}$ である。

(c) 辺 BC 上の $BR = \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$ となる点 R は、3 点 M, P, Q で定まる平面上にある。

右のページは白紙です。

問題 2 の解答は解答用紙 2 に記入しなさい。

2 次の問いに答えなさい。

(25 点)

(1) a を実数の定数とし、 x の関数 $f(x) = ax^2 + 4ax + a^2 - 1$ を考える。

区間 $-4 \leq x \leq 1$ における関数 $f(x)$ の最大値が 5 であるとき、定数 a の値を求めなさい。

(2) $f(x)$ および $g(x)$ は $x = a$ で微分可能な関数とする。このとき、極限值

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+3h)g(a+5h) - f(a)g(a)}{h}$$

を $f(a), g(a)$ および微分係数 $f'(a), g'(a)$ を用いて表しなさい。

右のページは白紙です。

問題 3 の解答は解答用紙 3 に記入しなさい。

3 楕円 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) は次の条件を満たすとする。

- 楕円 C は点 $A(0, -1)$ を通る
- 楕円 C の右焦点と直線 $x - y + 2\sqrt{2} = 0$ の距離は 3 である
(ただし、楕円の右焦点とは、楕円の 2 つの焦点のうち、 x 座標が正のものをさす。)

(25 点)

(1) a, b の値を求めなさい。

(2) y 軸上に点 $P(0, p)$ をとる。点 P を通り、次の条件を満たす直線 ℓ が p の値によって何本引けるかを調べなさい。

- 直線 ℓ は楕円 C と異なる 2 点 M, N で交わり、 $AM = AN$ が成り立つ