

R 1 数 学

この冊子は、数学の問題で 1 ページより 5 ページまであります。

[注 意]

- (1) 試験開始の指示があるまで、この冊子を開いてはいけません。
- (2) 監督者から受験番号等記入の指示があったら、解答用紙に志望学科と受験番号を記入してください。また、解答用マークシートに受験番号と氏名を記入し、さらに受験番号と志望学科をマークしてください。
- (3) 解答は、所定の解答用紙に記入したもの及び解答用マークシートにマークしたものだけが採点されます。
- (4) 解答用マークシートについて
 - ① 解答用マークシートは、絶対に折り曲げてはいけません。
 - ② マークには黒鉛筆(HBまたはB)を使用してください。指定の黒鉛筆以外でマークした場合、採点できないことがあります。
 - ③ 誤ってマークした場合は、消しゴムで丁寧に消し、消しくずを完全に取り除いたうえで、新たにマークしてください。
 - ④ 解答欄のマークは、横 1 行について 1 箇所に限ります。2 箇所以上マークすると採点されません。あいまいなマークは無効となるので、はっきりマークしてください。
 - ⑤ 解答用マークシート上部に記載されている解答上の注意事項を、必ず読んでから解答してください。
- (5) 試験開始の指示があったら、初めに問題冊子のページ数を確認してください。
ページの落丁・乱丁、印刷不鮮明等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
- (6) 問題冊子は、試験終了後、持ち帰ってください。

問題 1 の解答は解答用マークシートにマークしなさい。

1 次の (1), (2), (3) においては, 内の 1 つのカタカナに 0 から 9 までの数字が 1 つあてはまる。その数字を解答用マークシートにマークしなさい。与えられた稜数より少ない桁の数があてはまる場合は, 上位の桁を 0 とし, 右に詰めた数値としなさい。分数は既約分数とし, 値が整数の場合は分母を 1 としなさい。根号を含む形で解答する場合は, 根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

(50 点)

(1) a を 0 でない実数の定数とし, 曲線 $C: y = ax^2 - 1$ および直線 $\ell: x + y = 0$ を考える。

(a) $a = 1$ とする。曲線 C 上の 2 点 (ア, イ) と (ウ, $-\langle$ エ $\rangle$) は直線 ℓ に関して対称である。

(b) 曲線 C 上に, 直線 ℓ に関して対称である, 異なる 2 点が存在するとき, 定数 a のとり得る値の範囲は

$$a > \frac{\langle$$
オ $\rangle}{\langle$ カ $\rangle}$

である。

右のページは白紙です。

- (2) 座標平面上に 4 点 $A(0,0)$, $B(2\sqrt{3},2)$, $C(2\sqrt{3}-1,\sqrt{3}+2)$, $D(-1,\sqrt{3})$ を頂点とする長方形 $ABCD$ がある。点 P_0 を辺 AB の中点とし、条件

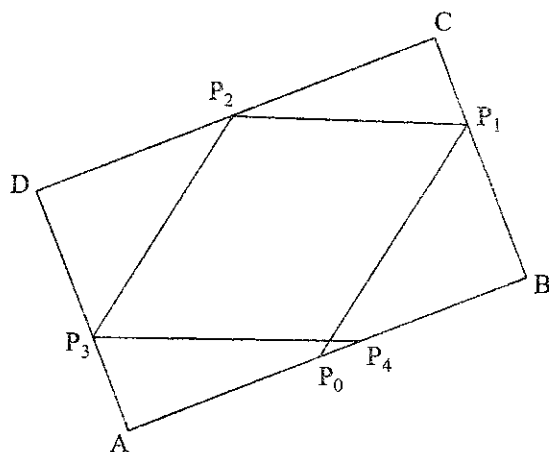
$$\angle P_0P_1B = \angle P_2P_1C, \angle P_1P_2C = \angle P_3P_2D, \angle P_2P_3D = \angle P_4P_3A$$

を満たすように、辺 BC , CD , DA , AB 上にそれぞれ点 P_1, P_2, P_3, P_4 を図のようにとる。

点 P_4 の x 座標 x_4 が $\sqrt{3} < x_4 < 2\sqrt{3}$ を満たすとき、点 P_1, P_2, P_3 の x 座標 x_1, x_2, x_3 のとり得る値の範囲はそれぞれ

$$\begin{aligned} \boxed{\text{ア}} \sqrt{\boxed{\text{イ}}} - \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}} < x_1 < \boxed{\text{オ}} \sqrt{\boxed{\text{カ}}} - \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}, \\ \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}} \times \sqrt{\boxed{\text{サ}}} - \boxed{\text{シ}} < x_2 < \sqrt{\boxed{\text{ス}}} - \boxed{\text{セ}}, \\ -\frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}} < x_3 < -\frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}} \end{aligned}$$

である。



右のページは白紙です。

(3) a を実数の定数とし、 x に関する方程式 $\frac{\log(3-x^2+2x)}{\log(x-a)} = 2$ を考える。

この方程式が実数解をもつとき、実数 a のとり得る値の範囲は

$$\boxed{\text{ア}} - \boxed{\text{イ}} \sqrt{\boxed{\text{ウ}}} \leq a < \sqrt{\boxed{\text{エ}}},$$

$$\sqrt{\boxed{\text{オ}}} < a < \boxed{\text{カ}}$$

である。

ただし、正の数 A に対して、 $\log A$ は A の自然対数を表す。

右のページは白紙です。

問題 **2** の解答は解答用紙 **2** に記入しなさい。

2 次の問いに答えなさい。

(25 点)

(1) 極限值 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x-3} \right)^x$ を求めなさい。

(2) 座標空間において、点 $A(1, 2, 0)$, $B(2, 3, -1)$ をとり、2 点 A, B を通る直線を ℓ とする。実数 t が定める点 $P(t, -t, 3t)$ に対して、直線 ℓ 上に点 Q を、線分 PQ と直線 ℓ が直交するようにとる。

(a) 点 Q の座標を t を用いて表しなさい。

(b) t を変化させるとき、線分 PQ の長さが最小となるような t の値を求めなさい。

右のページは白紙です。

問題 **3** の解答は解答用紙 **3** に記入しなさい。

- 3** 原点を O とする座標平面において点 $R(a, b)$ ($a > 0, b > 0$) をとる。 x 軸の正の部分に点 P を、 y 軸の正の部分に点 Q を、線分 PQ が点 R を通るようにとる。
以下、 $\angle OPQ = \theta$ ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) とおく。

(25 点)

- (1) 線分 PQ の長さを、 θ および a, b を用いて表しなさい。
- (2) 線分 PQ の長さを最小にする角 θ に対して、 $\tan \theta$ および線分 PQ の長さを a, b を用いて表しなさい。
- (3) $a = 1, b = 8$ とする。三角形 OPQ の 3 辺の長さの和を最小にする角 θ に対して、 $\tan \theta$ の値および線分 PQ の長さを求めなさい。

