平成27年度

〔試験時間　100分〕

C 1　　数　　学

この冊子は，数学の問題で1ページより5ページまであります。

〔注　　意〕

(1) 試験開始の指示があるまで，この冊子を開いてはいけません。

(2) 監督者から受験番号等記入の指示があったら，解答用マークシートに受験番号と氏名を記入し，さらに受験番号をマークしてください。

(3) 解答は，所定の解答用マークシートにマークしたものだけが採点されます。

(4) 解答用マークシートについて

① 解答用マークシートは，絶対に折り曲げてはいけません。

② マークには黒鉛筆(ＨＢまたはB)を使用してください。指定の黒鉛筆以外でマークした場合，採点できないことがあります。

③ 誤ってマークした場合は，消しゴムで丁寧に消し，消しくずを完全に取り除いたうえ，新たにマークしてください。

④ 解答欄のマークは，横1行について1箇所に限ります。2箇所以上マークすると採点されません。あいまいなマークは無効となるので，はっきりマークしてください。

⑤ 解答用マークシート上部に記載されている解答上の注意事項を，必ず読んでから解答してください。

(5) 試験開始の指示があったら，初めに問題冊子のページ数を確認してください。ページの落丁・乱丁，印刷不鮮明等に気づいた場合は，手を挙げて監督者に知らせてください。

(6) 問題冊子は，試験終了後，持ち帰ってください。

問題 $\boxed{1}$ ～ $\boxed{5}$ の各文章中の $\boxed{ア}$, $\boxed{イ}$, $\boxed{ウ}$, ・・・ に当てはまる数字 0 ～ 9 を求めて，解答用マークシートの指定された欄にマークしなさい。 ただし，分数は既約分数として表しなさい。 根号の中に入る数は，4 でも 9 でも割り切れないものとします。

$\boxed{1}$ a, b を実数として，3 次関数 $f(x) = x^3 - ax^2 + 3bx - 10$ は $x = 1$ で極値をとるとする。

(1) $a = \dfrac{\boxed{アイ}}{\boxed{イ}}b + \dfrac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}}$ であり，$b \neq \boxed{オ}$ である。

(2) 3 次方程式 $x^3 - ax^2 + 3bx - 10 = 0$ が異なる 3 つの実数解をもつのは

$$b < -\boxed{カ},\ \boxed{キ} < b$$

のとき，すなわち

$$a < -\frac{\boxed{ク}}{\boxed{ケ}},\ \boxed{コ\ サ} < a$$

のときである。

(20 点)

右のページは白紙です。

2 AB = 2, BC = 3, CD = 6, DA = 5 である四角形 ABCD があり，この四角形は円 O に内接している。

(1) $\cos\angle B = -\dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$ であり，$AC = \sqrt{\boxed{ウ\,エ}}$ である。

(2) 円 O の半径は $\dfrac{\boxed{オ}}{\boxed{カ\,キ}}\sqrt{\boxed{ク\,ケ\,コ}}$ である。

(3) 四角形 ABCD の面積は $\boxed{サ}\sqrt{\boxed{シ}}$ である。

(4) 四角形 ABCD は，ある円に外接している。この円の半径は $\dfrac{\boxed{ス}}{\boxed{セ}}\sqrt{\boxed{ソ}}$ である。

(20 点)

右のページは白紙です。

3 座標平面上に A(3, 2), B(8, 2), C(6, 6), D(3, 6) を頂点とする四角形 ABCD と点 P がある。P と四角形 ABCD の周上の点（頂点を含む）との距離の最小値を d とする。

(1) P の座標が (2, 1), P の座標が (2, 8), P の座標が (6, 4) のとき, d はそれぞれ

$$\sqrt{\boxed{ア}},\ \sqrt{\boxed{イ}},\ \frac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}}\sqrt{\boxed{オ}}$$

である。

(2) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 のそれぞれの数字が書かれたカードが 1 枚ずつ, 合計 8 枚ある。これらの 8 枚のカードをよく混ぜてから, カードを 1 枚取り出す。このカードを元に戻さないで, もう 1 枚カードを取り出す。1 回目に取り出したカードの数字を x, 2 回目に取り出したカードの数字を y として, 座標が (x, y) である点を P とする。

(a) $d = 0$, $d = 1$, $d = 2$ となる確率は, それぞれ

$$\frac{\boxed{カ}}{\boxed{キ}\boxed{ク}},\ \frac{\boxed{ケ}}{\boxed{コ}\boxed{サ}},\ \frac{\boxed{シ}}{\boxed{ス}\boxed{セ}}$$

である。

また, d が無理数となる確率は, $\dfrac{\boxed{ソ}\boxed{タ}}{\boxed{チ}\boxed{ツ}}$ である。

(b) d の期待値は, $\dfrac{\boxed{テ}}{\boxed{ト}\boxed{ナ}} + \dfrac{\boxed{ニ}}{\boxed{ヌ}\boxed{ネ}}\sqrt{\boxed{ノ}} + \dfrac{\boxed{ハ}\boxed{ヒ}}{\boxed{フ}\boxed{ヘ}\boxed{ホ}}\sqrt{\boxed{マ}}$ である。

(20 点)

右のページは白紙です。

4 a は 0 以上の実数とする。放物線 $y = x^2 + a^2$ を C_a とし，y 軸と平行な直線 $x = 1$ を M とする。C_a と M の交点における C_a の接線を L_a とする。$a > 0$ のとき，C_0 と L_a で囲まれた図形のうち，M の右側の部分の面積を S_a とおく。

(1) **(a)** $S_a = \dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}} a^{\boxed{ウ}}$ である。

(b) L_3 と平行であり，かつ C_0 と異なる 2 点で交わる直線 L に対して，L と C_0 によって囲まれた図形のうち，M の右側の部分の面積を S とおく。$S = \dfrac{1}{8} S_3$ となるのは，L の y 切片が $\dfrac{\boxed{エ}}{\boxed{オ}}$ のときである。

(2) 2 つの曲線 C_0 と C_3，および 2 直線 L_3，L_5 によって囲まれた図形のうち，M の右側の部分の面積は $\dfrac{\boxed{カ}\boxed{キ}}{\boxed{ク}}$ である。

(20 点)

右のページは白紙です。

5 n を自然数とする。$k=1,2,3$ に対して，次の条件 P_k を考える。

P_k： $k \leqq r \leqq n-k$ を満たすすべての自然数 r に対して，
${}_n\mathrm{C}_r$ は偶数である。

(1) $2 \leqq n \leqq 20$，$k=1$ とする。P_1 を満たす n は全部で $\boxed{\text{ア}}$ 個ある。このうち，最大のものは $\boxed{\text{イ}\,\text{ウ}}$ である。

(2) $4 \leqq n \leqq 1000$，$k=2$ とする。P_2 を満たす n は全部で $\boxed{\text{エ}\,\text{オ}}$ 個ある。このうち，最大のものは $\boxed{\text{カ}\,\text{キ}\,\text{ク}}$ である。

(3) $6 \leqq n \leqq 10^{16}$，$k=3$ とする。P_3 を満たす n は全部で $\boxed{\text{ケ}\,\text{コ}\,\text{サ}}$ 個ある。
（注意： $0.3010 < \log_{10} 2 < 0.3011$）

(20 点)

右のページは白紙です。